

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RUANY BATISTA LEITE DOEHNERT

ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE  
EQUIPES DE MANUTENÇÃO DE SINALIZAÇÃO FERROVIÁRIA

CURITIBA

2021

RUANY BATISTA LEITE DOEHNERT

ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE  
EQUIPES DE MANUTENÇÃO DE SINALIZAÇÃO FERROVIÁRIA

Dissertação apresentada como requisito parcial  
à obtenção do grau de Mestre em Métodos  
Numéricos em Engenharia pelo Programa de  
Pós-Graduação em Métodos Numéricos em En-  
genharia, Área de Concentração em Programa-  
ção Matemática, dos Setores de Tecnologia e  
de Ciências Exatas, da Universidade Federal do  
Paraná.

Orientador: Prof. Dr. José Eduardo Pécora Ju-  
nior

Coorientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin

CURITIBA

2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

---

- D649a Doehnert, Ruany Batista Leite  
Abordagens heurísticas para o problema de agendamento de equipes de manutenção de sinalização ferroviária [recurso eletrônico] / Ruany Batista Leite Doehnert – Curitiba, 2021.
- Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia.
- Orientador: Prof. Dr. José Eduardo Pécora Junior  
Coorientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin

1. Heurística. 2. Transporte Ferroviário – Recursos humanos (Agendamento de equipes). I. Universidade Federal do Paraná. II. Pécora Junior, José Eduardo. III. Scarpin, Cassius Tadeu. IV. Título.

CDD: 388.092

---

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MÉTODOS NUMÉRICOS  
EM ENGENHARIA - 40001016030P0

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **RUANY BATISTA LEITE DOEHNERT** intitulada: **ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE EQUIPES DE MANUTENÇÃO DE SINALIZAÇÃO FERROVIÁRIA**, sob orientação do Prof. Dr. JOSÉ EDUARDO PÉCORA JUNIOR, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 25 de Fevereiro de 2021.

Assinatura Eletrônica

03/03/2021 13:26:27.0

JOSÉ EDUARDO PÉCORA JUNIOR

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

03/03/2021 09:58:02.0

GUSTAVO VALENTIM LOCH

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

03/03/2021 09:24:23.0

ROBERTO ZANETTI FREIRE

Avaliador Externo (PONTIFICA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO  
PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

03/03/2021 17:06:13.0

CLAUDIMAR PEREIRA DA VEIGA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ -  
PPGOLD)

CESEC/TC/UFPR - Centro Politécnico - CURITIBA - Paraná - Brasil

CEP 81531-980 - Tel: (41) 3361-3218 - E-mail: ppgmne@ufpr.br

Documento assinado eletronicamente de acordo com o disposto na legislação federal Decreto 8539 de 08 de outubro de 2015.

Gerado e autenticado pelo SIGA-UFPR, com a seguinte identificação única: 79344

**Para autenticar este documento/assinatura, acesse <https://www.prppg.ufpr.br/siga/visitante/autenticacaoassinaturas.jsp> e insira o código 79344**

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço à Deus que ocupa o primeiro lugar em minha vida, e me abençoa todos os dias com vida e saúde.

Aos meus pais, Miriam e Roberto que me incentivaram a sempre me dedicar aos estudos, e sempre vibraram a cada conquista que eu alcançava.

Ao meu marido Elton, que estudou comigo durante o mestrado, foram muitas tardes fazendo listas de exercícios. Obrigada por me abraçar nos momentos mais difíceis, nos momentos que eu achava que não iria conseguir, você estava ali, do meu lado me motivando. Obrigada por todo o carinho e paciência que você tem comigo.

A minha irmã Rainy, que me incentivou e me fez enxergar minhas qualidades.

Aos meus amigos, em especial, Emanuelle, Luciane e Letícia que me motivaram nos momentos ruins e vibraram comigo nas conquistas, estando sempre presente nos momentos mais importantes da minha vida.

Aos colegas do grupo GTAO, em especial Talita, Kellen, Vinicuis e Renata e Roza que me deram apoio, sempre estavam a disposição para ajudar. Eu admiro muito vocês.

Ao meu orientador professor José Eduardo Pécora, pela motivação e pelo exemplo.

Aos professores do GTAO, em especial professor Cassius e Gustavo, admiro muito vocês, por serem pessoas dedicadas, pelo esforço para manter o GTAO não só um grupo de pesquisa, mas uma família. Gratidão por todo conhecimento transmitido nas aulas.

*Se você quiser descobrir os segredos do Universo, pense em termos de energia,  
frequência e vibração.  
Nikola Tesla*

## RESUMO

O sistema de sinalização ferroviária é um componente essencial para garantir a segurança e eficiência nas operações dos trens. O presente trabalho aborda o problema de agendamento de equipes de manutenção preventiva em uma ferrovia. Para garantir o funcionamento eficiente do sistema de sinalização, o planejamento de tarefas de manutenção preventiva é essencial. Realizou-se uma revisão sistemática da literatura com relação aos problemas de agendamento de equipes, identificando modelagens e métodos de resolução. Para resolução do problema, considerou-se um modelo matemático de Programação Inteira Mista (*Mixer Integer Programming - MIP*). O problema abordado se destaca dos demais problemas de agendamentos de equipes, pois considera a competência da equipe que irá executar a tarefa de manutenção. Essa configuração gera ainda mais complexidade para o problema. A resolução do modelo exato se torna inviável computacionalmente para instâncias com 11 ou mais tarefas devido a sua complexidade. Testes iniciais mostram que a resolução do modelo exato exige um tempo computacional de mais de 12 horas de otimização para instâncias com mais de 11 tarefas. Foram selecionadas 2 heurísticas para resolução do problema, *Relax and Fix* e *Fix and Optimize*. A heurística *Relax and Fix* não traz resultados satisfatórios devido a recorrência de soluções infactíveis. Na abordagem *Fix and Optimize* considerou-se variações dos índices a serem fixados, trazendo resultados satisfatórios (os valores da função objetivo são semelhantes aos valores encontrados na resolução do modelo exato). Os testes apresentam melhores resultados ao fixar o índice referente às tarefas (dentre os índices equipe, tarefa e data). A abordagem *Fix and Optimize* sequencial 2TL apresenta o melhor desempenho dentre todas as abordagens, encontrando soluções melhores que o modelo exato em 3 instâncias. Foram feitos testes usando a ferramenta do *solver* Gurobi, na resolução de Múltiplos Cenários em paralelo. A otimização de múltiplos cenários em paralelo se mostra bastante eficiente com relação ao tempo computacional. A abordagem *Fix and Optimize* aleatório 3EL também apresenta resultados satisfatórios (valores da função objetivo próximas aos valores encontrados pelo modelo exato). Concluiu-se que, dentre as abordagens propostas, a escolha dos índices a serem fixados interfere nos resultados. De acordo com os testes realizados, a fixação das tarefas apresenta melhores resultados para o problema abordado. Do ponto de vista prático a presente pesquisa contribui para a resolução do problema de agendamento de equipes de

manutenção permitindo realizar um planejamento de tarefas de manutenção preventiva em uma ferrovia, ou até considerando outro cenário que envolva o planejamento de tarefas de manutenção considerando a competência do funcionário que irá realizar determinada tarefa. A presente pesquisa contribui apresentando testes computacionais de forma a comparar as abordagens apresentadas.

**Palavras-chaves:** Problemas de Agendamento de Equipes. Tarefas de Manutenção. Abordagens heurísticas



## ABSTRACT

The railway signaling system is an essential component to ensure the safety and efficiency of train operations. The present work addresses the Preventive Maintenance Crew Scheduling Problem on a Railway. To ensure the efficient operation of the signaling system, planning preventive maintenance tasks is essential. A systematic literature review was carried out regarding crew scheduling problems, identifying models and resolution methods. To solve the problem, a mathematical model of Mixed Integer Programming (MIP) was considered. The problem addressed stands out from the other crew scheduling problems, as it considers the competence of the crew that will perform the maintenance task. This configuration creates even more complexity for the problem. The resolution of the exact model becomes computationally unviable to perform with 11 or more tasks due to its complexity. Initial tests show that the resolution of the exact model requires a computational time of more than 12 hours of optimization for instances with more than 11 tasks. Two heuristics are proposed to solve the problem, *Relax and Fix* and *Fix and Optimize*. The *Relax and Fix* heuristic does not bring satisfactory results due to the recurrence of infeasible solutions. In the *Fix and Optimize* approach, variations in the indexes to be fixed were considered, bringing satisfactory results (the values of the objective function are similar to the values found in the resolution of the exact model). The tests show better results when setting the index for the tasks (among the team, task and date indexes). The sequential 2TL *Fix and Optimize* approach presents the best performance among all approaches, finding better solutions than the exact model in 3 instances. Tests were made using the Gurobi solver tool, in the resolution of Multiple Scenarios in parallel. The optimization of multiple scenarios in parallel proves to be quite efficient with respect to computational time. The random 3EL *Fix and Optimize* approach also shows satisfactory results (values of the objective function close to the values found by the exact model). We concluded that, among the proposed approaches, the choice of indexes to be fixed interferes in the results. According to the tests performed, the fixation of tasks presents better results for the problem addressed. From a practical point of view, this research contributes to solving the problem of scheduling maintenance teams by allowing the planning of preventive maintenance tasks on a railway, or even considering another scenario that involves the planning of maintenance tasks considering the competence of the employee

who will perform this task. This research contributes to computational tests in order to compare how to check.

**Key-words:** Crew scheduling problems. Maintenance Tasks. Heuristic approaches.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Processo completo de seleção de artigos . . . . .	24
FIGURA 2 – Relação dos métodos com os problemas . . . . .	31
FIGURA 3 – Iterações Relax and Fix . . . . .	44
FIGURA 4 – Primeira Iteração do Fix and Optimize Sequencial . . . . .	46
FIGURA 5 – Iterações Fix and Optimize Aleatório . . . . .	47
FIGURA 6 – Agendamento de funcionários . . . . .	53
FIGURA 7 – Gráfico de comparação Relax and Fix e modelo exato . . . . .	59
FIGURA 8 – Gráfico de comparação Fix and Optimize sequencial (2DL, 2EL e 2TL) e modelo exato . . . . .	61
FIGURA 9 – Gráfico de comparação Fix and Optimize sequencial (3DL, 3EL e 3TL) e modelo exato . . . . .	63
FIGURA 10 – Gráfico de comparação Fix and Optimize aleatório (2DL, 2EL e 2TL) e modelo exato . . . . .	64
FIGURA 11 – Gráficos das distribuições das observações do Teste T (F&O sequencial 2DL, 2EL e 2TL) . . . . .	66
FIGURA 12 – Gráficos das distribuições das observações do Teste T (F&O sequencial 3DL, 3EL e 3TL) . . . . .	66
FIGURA 13 – Gráficos das distribuições das observações do Teste T (F&O aleatório 2DL, 2EL e 2TL) . . . . .	67

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Termos de busca . . . . .	20
TABELA 2 – Combinações dos termos de busca . . . . .	21
TABELA 3 – Seleção por domínio, leitura de títulos e resumos na base WoS .	22
TABELA 4 – Seleção por domínio, leitura de títulos e resumos na base Scopus	23
TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados . . . . .	25
TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados . . . . .	26
TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados . . . . .	27
TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados . . . . .	28
TABELA 6 – Problema de agendamento de equipes . . . . .	29
TABELA 7 – Modelagem matemática . . . . .	29
TABELA 8 – Métodos de solução . . . . .	29
TABELA 9 – Parâmetros gerais . . . . .	49
TABELA 10 – Definição dos parâmetros em cada instância . . . . .	50
TABELA 11 – Parâmetros relativos à competência em cada instância . . . . .	51
TABELA 12 – Funcionários com determinada competência . . . . .	51
TABELA 13 – Localização das tarefas . . . . .	54
TABELA 14 – Tempo de transporte do depósito para o local técnico p . . . . .	54
TABELA 15 – Validação da carga horária . . . . .	54
TABELA 16 – Resultados na resolução do modelo exato . . . . .	57
TABELA 17 – Relax and Fix . . . . .	58
TABELA 18 – Fix and Optimize sequencial (2DL, 2EL e 2TL) . . . . .	60
TABELA 19 – Fix and Optimize sequencial (3DL, 3EL e 3TL) . . . . .	62
TABELA 20 – Fix and Optimize aleatório (2DL, 2EL e 2TL) . . . . .	64
TABELA 21 – Teste T das abordagens F&O sequencial (2DL, 2EL e 2TL) . . .	65
TABELA 22 – Teste T das abordagens F&O sequencial (3DL, 3EL e 3TL) . . .	65
TABELA 23 – Teste T das abordagens F&O aleatório (2DL, 2EL e 2TL) . . . .	65

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	OBJETIVOS	15
1.1.1	Objetivo geral	15
1.1.2	Objetivos específicos	16
1.2	JUSTIFICATIVA	16
1.3	LIMITAÇÕES	17
1.4	ESTRUTURA	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>18</b>
2.1	REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE EQUIPES	18
2.1.1	Metodologia	20
2.1.2	Análise dos resultados	25
2.2	CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO SISTEMÁTICA	32
<b>3</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO</b>	<b>33</b>
3.1	MODELO MATEMÁTICO	33
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>43</b>
4.1	ABORDAGENS DE RESOLUÇÃO	43
4.1.1	Critérios de avaliação	48
4.2	INSTÂNCIAS DE TESTES	48
4.3	HARDWARE UTILIZADO	52
4.4	VALIDAÇÃO DO MODELO	52
4.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE A METODOLOGIA	55
<b>5</b>	<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS</b>	<b>57</b>
5.1	RESULTADOS	57
5.2	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	67

<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>69</b>
----------	----------------------------	-----------

	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>71</b>
--	------------------------------	-----------

## 1 INTRODUÇÃO

Os Problemas de Agendamento de Equipes (Crew Scheduling Problem - CSP), pertencem a uma área de estudo de grande importância para as empresas que desejam realizar tarefas dentro de um período (horizonte de planejamento). Uma das áreas de aplicação do CSP é a indústria de transporte (em especial linhas aéreas, trens e ônibus). (HEIL; HOFFMANN; BUSCHER, 2020) definem o Problema de Agendamento de Equipes (básico) como a designação de equipes para tarefas com instante de início e fim, de tal forma que a equipe não exceda o limite do tempo total da duração de trabalho. Os autores apresentam termos técnicos para os problemas de agendamento de equipes e especifica diferentes características para o transporte ferroviário. Designações para membros de equipes na ferrovia podem ser classificados em diferentes níveis de planejamento. As atividades de planejamento de equipe podem pertencer ao contexto de planejamento estratégico/tático, operacional e gerenciamento de interrupção.

O planejamento estratégico/prático, pode apresentar um horizonte de planejamento superior a um ano (planejamento a longo prazo). Para planejamentos a longo prazo é necessário compôr equipes equilibradas, isso inclui escolher membros de equipes com competências adequadas, decisões de contratação, treinamento e movimentação das equipes de um depósito para outro (HEIL; HOFFMANN; BUSCHER, 2020). Segundo (HOJATI, 2018), o planejamento estratégico formal segue uma visão de que a administração desenvolve um plano formal de metas e atividades que são sistematicamente implementadas na empresa. Um dos objetivos do planejamento estratégico é gerar, selecionar alternativas estratégicas assim como implementar e controlar sua realização. Os autores (PEREIRA; OLIVEIRA; CARRAVILLA, 2020) definem planejamento estratégico como um conjunto de decisões que criam a base para o desenvolvimento da cadeia de suprimentos futuros que podem considerar o horizonte de planejamento de vários anos.

Segundo (PEREIRA; OLIVEIRA; CARRAVILLA, 2020) um planejamento tático é um plano preliminar das operações regulares, feito em nível agregado. São avaliados os recursos para um planejamento que pode variar de alguns meses ou um ano.

No nível operacional, o planejamento de equipe se preocupa em garantir que os membros de equipe trabalhem em horários planejados. No caso de gerenciamento de interrupção, tratou-se de planejamentos que consideram os imprevistos (acidentes, mau tempo, problemas nas pistas e outros), nesses casos os horários nas ferrovias precisam ser modificados o mais rápido possível (HEIL; HOFFMANN; BUSCHER, 2020). O nível operacional se preocupa na execução e controle de atividades imediatas, sendo o horizonte de planejamento de alguns dias ou algumas semanas (PEREIRA; OLIVEIRA; CARRAVILLA, 2020).

O presente trabalho trata especificamente do problema de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção preventiva de sinalização. Um sistema de sinalização ferroviária, deve garantir operações ferroviárias seguras e eficientes. Dessa forma, o planejamento de manutenção preventiva do sistema de sinalização ferroviária é um componente essencial para garantir que o equipamento de sinalização seja econômico e seguro durante toda sua vida útil (M. POUR et al., 2018).

O problema considerado aqui, é um problema estratégico, onde o objetivo é designar membros de equipes para realizar tarefas de manutenção, dentro de um horizonte de planejamento. Além de considerar competência do funcionário que irá realizar a tarefa, custos de transporte e restrições relacionadas as tarefas, equipes e gerenciamento.

## 1.1 OBJETIVOS

Nesta seção apresenta-se o objetivo geral e o objetivo específico do presente trabalho.

### 1.1.1 Objetivo geral

Analisar o desempenho das diferentes abordagens heurísticas para resolução do problema de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção preventiva em uma ferrovia.



### 1.1.2 Objetivos específicos

Com o intuito de atingir os objetivos gerais, propõe-se os objetivos específicos a seguir:

- Realizar uma revisão sistemática afim de avaliar os trabalhos que abordam Problema de Agendamento de Equipes. Estudar as possíveis modelagens e métodos de resolução.
- Realizar a validação do modelo matemático proposto por (M. POUR et al., 2018).
- Realizar testes computacionais na resolução do modelo exato.
- Testar diferentes abordagens de resolução, avaliando desempenho em termos de qualidade da solução e tempo computacional.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

O presente trabalho trata do problema de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção preventiva no sistema de sinalização ferroviária. No entanto, a presente pesquisa pode ser considerada para resolver outros problemas de planejamento de equipes para realização de tarefas, que considerem a competência do funcionário. Existem vários artigos que abordam o problema de agendamento de equipes de manutenção, alguns exemplos (SUBRAMANIAN, S.; ANANDHAKUMAR, R.; GANESAN, S., 2012), (MACEDO et al., 2017) e (JOURNALS; JOURNALS, 2014). No entanto, dentro do que foi pesquisado, o problema de agendamento de equipes com restrições de competência, é pouco abordado na literatura. (M. POUR et al., 2018) aborda o problema de agendamento de equipes para manutenção de sinalização considerando a competência dos funcionários que iram realizar a tarefa. O estudo de problemas de agendamento de equipes de manutenção em ferrovias contribui para minimização dos custos de transporte e dias trabalhados. A resolução do problema de agendamento de equipes permite a utilização dos recursos de forma otimizada. Dessa forma pode-se considerar um planejamento de vários dias (por exemplo: 30 dias), com várias tarefas (por exemplo: 47 tarefas) e um número limitado de recursos (8 funcionários). A modelagem desse problema se aplica de modo geral as empresas

ferroviárias que necessitam de um planejamento para as demandas de manutenção, levando em consideração, dias de treinamentos dos funcionários, disponibilidade do funcionário e quais funcionários estão aptos a realizar determinada tarefa. O presente trabalho contribui de forma à testar as abordagens *Relax and Fix* e *Fix and Optimize* para resolução do problema de agendamento de equipes de manutenção considerando competência de equipe.

### 1.3 LIMITAÇÕES

O presente trabalho apresenta o modelo matemático proposto por (M. POUR et al., 2018). Para realização dos testes, parte das instâncias testadas foram baseadas nas informações apresentadas pelo autor. Porém alguns parâmetros foram adaptados, devido ao fato de não ser possível obter todas as informações necessárias para defini-los. Dessa forma, gerou-se de forma aleatória os parâmetros cuja informação era faltante. Outra parte das instâncias geradas foram adaptadas gerando número de tarefas e demais parâmetros gerados com base nas informações disponíveis em (M. POUR et al., 2018). Outra limitação na abordagem do presente problema é que por se tratar de um problema de otimização combinatória, o mesmo exige uma tempo computacional inviável para instâncias com mais do que 11 tarefas. Testes iniciais foram realizados e observa-se que para uma instância com mais do que 11 tarefas, a resolução do modelo exato não encontra o ótimo com tempo de 12 horas de otimização.

### 1.4 ESTRUTURA

O presente trabalho foi organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta uma revisão sistemática da literatura dos problemas de agendamento de equipes. O Capítulo 3 apresenta a descrição do modelo matemático. O Capítulo 4 apresenta propostas de abordagens heurísticas para resolução do problema e validação do modelo. Capítulo 5 é composto por testes computacionais, análise, discussões dos resultados e conclusão.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE EQUIPES

Ao pesquisar sobre determinados temas, encontra-se várias abordagens para o mesmo assunto. Dentro do tema de Pesquisa Operacional, pode-se encontrar várias metodologias para resolução dos problemas, que pode variar na modelagem, formulação ou no método de resolução. Com o objetivo de obter um conhecimento mais aprofundado em determinado assunto, procura-se obter uma base científica para o assunto proposto. Tendo em vista este princípio, uma pesquisa pode ser conduzida utilizando a revisão sistemática. A revisão sistemática, é uma investigação científica focada em um determinado assunto, que seleciona, avalia e sintetiza os resultados relevantes.

A pesquisa realizada neste trabalho, utilizou as bases *Web of Science* e *Scopus*. O método usado para essa revisão sistemática foi: 1) Definição de Palavras-chaves/termos de busca. 2) Busca na literatura. 3) Seleção de artigos. 4) Análise dos artigos selecionados. Os resultados de busca foram limitados quanto ao domínio/área de pesquisa. Foram analisados os aspectos, modelagem e método de resolução.

O problema de agendamento de equipes, tem como objetivo fazer a melhor designação de equipes para realizar tarefas, atendendo restrições específicas de acordo com cada problema. Alguns exemplos de restrições são: respeitar horas de trabalho (dos funcionários), tempo de posse de pista (nos problemas de manutenção de ferrovias), nível de competência da equipe, tempo máximo para completar uma tarefa e etc. Essa pesquisa foi motivada pelo problema de agendamento de equipes de manutenção proposto por (M. POUR et al., 2018) que consiste em um agendamento de equipes para execução de tarefas em diferentes locais técnicos em uma ferrovia.

O problema de agendamento de equipes, é importante para garantir segurança e bom funcionamento do sistema de sinalização da ferrovia que deve ser coordenada com o tráfego de trens. A formulação matemática do modelo apresentado em (M. POUR et al., 2018), pretende realizar agendamentos de equipes para realizar tarefas de manutenção, no sistema de sinalização de uma ferrovia da Dinamarca. Além disso, o problema

aborda a questão de competência da equipe, isto é, a pessoa que irá executar a tarefa deve ter conhecimento suficiente para realizá-la. Esse problema se torna complexo devido à grande quantidade de restrições e variáveis binárias. Os autores mostram que a resolução desse problema de forma exata é possível para cenários de até 10 dias. O artigo propõe uma abordagem híbrida, *Constraint Programming* (CP) para gerar soluções factíveis juntamente um modelo de Programação Inteira Mista (MIP) para melhoria das soluções, utilizando o *CPLEX*. Dessa forma a abordagem híbrida proposta por (M. POUR et al., 2018) ocorre com CP + MIP.

O problema de agendamento, pode se tratar de realização de tarefas de manutenção preventiva. Segundo o artigo (LAKS; VERHAGEN, 2018), Manutenção Preventiva (MP) é um evento de agendamento de manutenção, que aciona uma tarefa de manutenção planejada. O objetivo da manutenção preventiva, é melhorar a segurança do local a ser reparado. No trabalho (LAKS; VERHAGEN, 2018), é desenvolvida uma ferramenta que permite dar apoio as tomadas de decisões, através de identificação do custo ótimo em um planejamento de manutenção de aviões. Na metodologia usada, encontra-se uma solução combinatória precisa, através do algoritmo de busca em árvore.

O método de solução usado por (M. POUR et al., 2018), se mostrou eficiente para encontrar soluções factíveis em comparação ao *Solver* convencional. Em (CHEUNG et al., 1999), o problema de atribuição de posse ferroviária, que pretende designar faixas da ferrovia a um conjunto de tarefas de manutenção, é abordado usando CP como método de solução. O artigo (GORMAN; KANET, 2010) propõe três métodos de solução para o problema de manutenção em ferrovias: Programação Inteira Mista, Programação de Restrição (CP) e Algoritmo Genético.

Diante deste contexto, a atual pesquisa pretende apresentar uma revisão sistemática identificando autores e trabalhos relevantes dentro do tema de agendamento de equipes para realização de tarefas, dessa forma, encontrar trabalhos que sirvam como base para o presente problema. Pretende-se encontrar, quais as diferentes modelagens do problema e os métodos de solução mais usados.

### 2.1.1 Metodologia

Para ampliar a quantidade trabalhos relacionados a agendamento de tarefas, procurou-se selecionar palavras relacionadas ao problema de agendamento de equipes de manutenção. Os termos selecionados para busca foram: transporte (*transportation*), manutenção (*maintenance*), agendamento de equipe (*crew scheduling*), sinalização (*signaling*), designação (*assignment*) e agendamento de tarefas (*task scheduling*). A Tabela 1 mostra a seleção das palavras chaves.

TABELA 1 – Termos de busca

<b>Termos de busca</b>
Crew scheduling
Task scheduling
Transportation
Signaling
Preventive
Maintenance
Assignment

Dentro das bases *Web of Science* (WoS) e *Scopus*, foi utilizada a combinação das palavras chaves duas a duas, o termo “Crew Scheduling” foi usado como termo de busca único e depois combinado aos outros termos. Utilizou-se o conector "AND" na busca para combinação dois a dois dos termos. A Tabela 2 mostra as combinações dos termos de busca e seus respectivos resultados em termos de quantidades de trabalhos em cada base.

TABELA 2 – Combinações dos termos de busca

<b>Termos de busca</b>	<b>Web of Science</b>	<b>Scopus</b>
Crew scheduling	285	1457
Crew scheduling + transportation	263	-
Crew scheduling + task scheduling	161	202
Crew scheduling + signaling	12	6
Crew scheduling + preventive	23	46
Crew scheduling + maintenance	155	215
Crew scheduling + assignment	-	-
Transportation + task scheduling	540	728
Transportation + signaling	701	2098
Transportation + preventive	7	1977
Transportation + maintenance	88	213
Transportation + assignment	2	6
Task scheduling + signaling	700	47
Task scheduling + preventive	213	209
Task scheduling + maintenance	25	41
Task scheduling + Assignment	1	4
Signaling + preventive	44	38
Signaling + maintenance	456	436
Signaling + assignment	4	1
Preventive + Maintenance	1695	2665
Preventive + Assignment	-	-
Maintenance + Assignment	-	3

Durante a pesquisa, não foi considerado nenhum intervalo de anos de publicação dos periódicos, ou seja, a pesquisa foi feita em cima de todos os periódicos publicados ao longo de todos os anos anteriores até o ano presente. Em cada uma das bases, após obtido os resultados, foi utilizado um refinamento por domínio/área de pesquisa para seleção de artigos. O refinamento na base *Web of Science* foi feito dentro das seguintes áreas: *Operational Research Management Science*, *Management*, *Transportation Science Technology*, *Transportation*, *Computer Science Interdisciplinary Applications*, *Mathematics Applied*, *Mathematics Interdisciplinary Applications*, *Social Sciences Mathematical Methods* e *Mathematics*. Além disso, foi realizada a leitura de títulos e resumos. A Tabela 3 mostra os resultados em termos quantitativos após esse refinamento na base *Web of Science*.

TABELA 3 – Seleção por domínio, leitura de títulos e resumos na base WoS

<b>Termos de busca</b>	<b>Web of Science</b>	<b>Filtro por domínio</b>	<b>Leitura de títulos</b>	<b>Leitura de resumos</b>
Crew scheduling	285	176	12	7
Crew scheduling + transportation	263	178	9	7
Crew scheduling + task scheduling	161	56	8	8
Crew scheduling + signaling	12	7	-	-
Crew scheduling + preventive	23	12	-	-
Crew scheduling + maintenance	155	60	-	-
Crew scheduling + assignment	-	-	-	-
Transportation + task scheduling	540	197	1	-
Transportation + signaling	701	201	-	-
Transportation + preventive	7	6	-	-
Transportation + maintenance	88	32	2	-
Transportation + assignment	2	-	-	-
Task scheduling + signaling	700	24	-	-
Task scheduling + preventive	213	50	2	1
Task scheduling + maintenance	25	8	-	-
Task scheduling + Assignment	1	-	-	-
Signaling + preventive	44	28	-	-
Signaling + maintenance	456	20	1	-
Signaling + assignment	4	2	-	-
Preventive + Maintenance	1695	487	2	1
Preventive + Assignment	-	-	-	-
Maintenance + Assignment	-	-	-	-

O mesmo processo foi feito na base *Scopus*. No refinamento por área de pesquisa, foi escolhido as seguintes áreas: Engenharia, Matemática e Multidisciplinar. A Tabela 4 mostra os resultados em termos de quantidades após o refinamento por domínio, leitura de títulos e resumos na base *Scopus*.

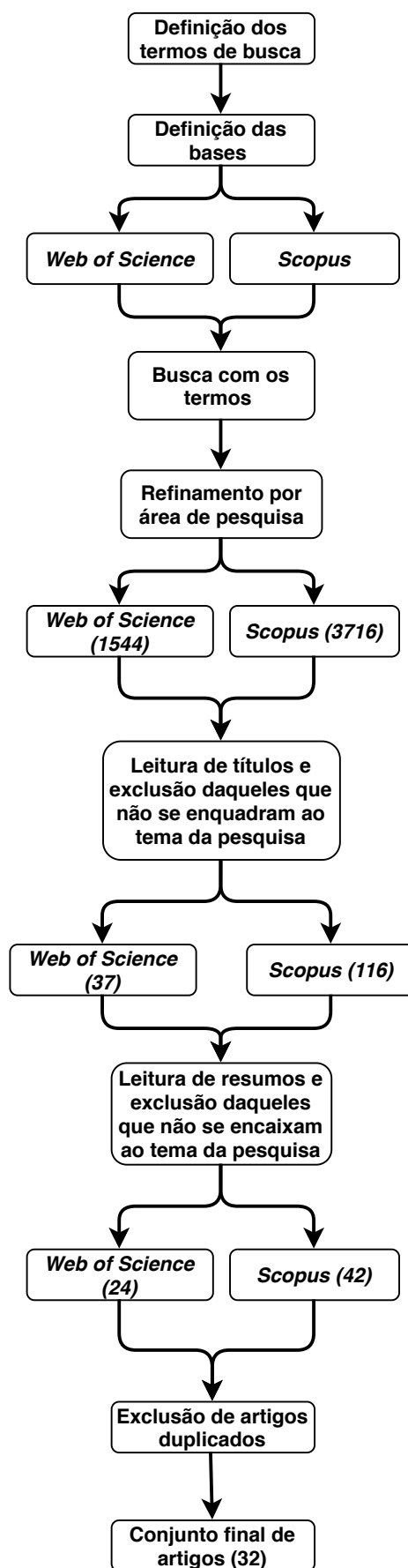
TABELA 4 – Seleção por domínio, leitura de títulos e resumos na base Scopus

<b>Termos de busca</b>	<b>Scopus</b>	<b>Filtro por domínio</b>	<b>Leitura de títulos</b>	<b>Leitura de resumos</b>
Crew scheduling	1457	669	82	15
Crew scheduling + transportation	-	-	1	-
Crew scheduling + task scheduling	202	69	11	8
Crew scheduling + signaling	6	2	2	2
Crew scheduling + preventive	46	18	2	2
Crew scheduling + maintenance	215	84	6	6
Crew scheduling + assignment	-	-	-	-
Transportation + task scheduling	728	329	-	-
Transportation + signaling	2098	610	3	2
Transportation + preventive	1977	397	2	1
Transportation + maintenance	213	57	1	1
Transportation + assignment	6	2	-	-
Task scheduling + signaling	47	12	2	2
Task scheduling + preventive	209	87	1	1
Task scheduling + maintenance	41	22	1	-
Task scheduling + Assignment	4	4	-	-
Signaling + preventive	38	1	1	1
Signaling + maintenance	436	17	1	1
Signaling + assignment	1	1	-	-
Preventive + Maintenance	2665	1333	-	-
Preventive + Assignment	-	-	-	-
Maintenance + Assignment	3	2	-	-

Após o processo de seleção, os resultados de ambas as bases foram agrupados afim de compor o conjunto final de artigos. A Figura 1 mostra o processo de seleção completo para chegar no conjunto final de artigos.



FIGURA 1 – Processo completo de seleção de artigos



### 2.1.2 Análise dos resultados

Ao fim do processo de seleção, com o conjunto final de artigos selecionados, foi realizada a leitura de cada artigo. Dentre os artigos selecionados, de acordo com a Tabela 5, tem-se que, os problemas mais frequentes são: os problemas de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens e problemas de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção. Os métodos de resolução mais usados são: o método de geração de colunas, heurísticas e meta-heurísticas. Com relação a modelagem ou formulação do problema, os artigos apresentaram modelagens como: Programação Inteira, Programação Inteira Mista e Programação de Restrição, entre outros. A modelagem mais frequente é a Programação Inteira.

Observação: na Tabela 5 os campos em que aparecem "— — ——" significa que não foi possível ter acesso ao artigo.

TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados

Título	Problema	Modelagem matemática	Método de resolução
Integrated Crew Scheduling and Roster Problem for Trainmasters of Passenger Railway Transportation. (LIN, 2019)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Programação Inteira.	Busca em profundidade, Algoritmo de Branch-and-price-and-Cut.
Valid Inequalities for the Arc Flow Formulation of the Railway Crew Scheduling Problem With Attendance Rates. (HO; BUSCHER, 2019)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Modelo de fluxo em arco (Programação Inteira).	Geração de Colunas com desigualdades válidas.
A Greedy Heuristic for Shift Minimization Personnel Task Scheduling Problem. (SUBRAMANIAN, S.; ANANDHAKUMAR, R.; GANESAN, S., 2012)	Problema de agendamento de equipes.	Programação Inteira.	Heurística gulosa.
Constraint Programming Approach to Optimizing Project Schedules under Material Logistics and Crew Availability Constraints. (LIU; LU, 2018)	Agendamento de tarefas de construção.	Programação de Restrição.	Abordagem analítica de duas fases, otimização com CPLEX.
A Choice Function Hyper-Heuristic Framework for the Allocation of Maintenance Tasks in Danish Railways. (M. POUR; DRAKE; BURKE, 2018)	Problema de agendamento de tarefas de manutenção em uma ferrovia.	Programação Inteira.	Heurística de seleção.

*Continua na próxima página*

TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados

<b>Título</b>	<b>Problema</b>	<b>Modelagem matemática</b>	<b>Método de resolução</b>
Decision Support for Scheduling Crews at Netherlands Railways. (SNIJDERS; SALDANHA, 2017)	Problema de agendamento de guardas de segurança em trens.	Programação Inteira.	Relaxação Lagrangeana, Heurística gulosa e Geração de colunas.
Solving Practical Railway Crew Scheduling Problems with Attendance Rates.	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Programação Inteira Mista.	Geração de colunas + Algoritmo genético.
Scheduling Preventive Railway Maintenance Activities With Resource Constraints. (MACEDO et al., 2017)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção preventiva na ferrovia.	Programação Inteira Mista.	Algoritmo de busca de vizinhança variável.
Crew Scheduling Considering Both Duty Time Difference and Cost on Urban Rail System. (MANAGEMENT; PAPER, 2016)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Programação Inteira.	Otimização de colônia de formigas.
A Railway Maintenance Scheduling Problem With Customer Costs.	Problema de agendamento de equipes.	Programação Inteira Mista.	Solver comercial.
Planning and Scheduling Efficient Heavy Rail Track Maintenance Through a Decision Rules Model. (SANTOS; FONSECA TEIXEIRA; PAIS ANTUNES, 2015)	Problema de agendamento de manutenção em ferrovias.	Programação Inteira.	Heurística.
An Effective Approach For the Maintenance Scheduling in Large Systems With Required Reliability Level: A Case Study. (CERTA et al., 2015)	— — —	— — —	— — —
A Hybrid Constructive Heuristic and Simulated Annealing for Railway Crew Scheduling.	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Programação Inteira.	Heurística construtiva + Simulated Annealing.
Solving a Multi-Objective Interval Crew-Scheduling Problem Via Genetic Algorithms. (BHUNIA, 2014)	Problema de agendamento de equipes.	Programação Inteira.	Algoritmo genético.
Column Generation With Dual Inequalities for Railway Crew Scheduling Problem. (NISHI; MUROI; INUIGUCHI, 2011)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Cobertura de conjunto (Programação Inteira).	Geração de colunas com desigualdades duplas.

*Continua na próxima página*

TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados

<b>Título</b>	<b>Problema</b>	<b>Modelagem matemática</b>	<b>Método de resolução</b>
An Application of Wedelin's Method to Railway Crew Scheduling Problem. (MIURA et al., 2009)	— — — —	— — — —	— — — —
Maintenance Planning in Rail Transportation. (INTRODUCTION et al., 1982)	Problema de agendamento de manutenção.	Não possui modelagem matemática.	Não apresenta métodos matemáticos.
Artificial Bee Colony Based Solution Technique for Generator Maintenance Scheduling. (SUBRAMANIAN; ANANDHAKUMAR; GANESAN, 2017)	Problema de agendamento de manutenção.	Programação Inteira.	Colônia de formigas artificial.
Improvement of Column Generation Method for Railway Crew Scheduling Problem. (MURROI, 2007)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas na ferrovia.	Problema de cobertura de conjunto (Programação Inteira).	Geração de colunas com desigualdade do dual.
Meta-Heuristics for the Problem of Crew Scheduling	Problema de agendamento de equipes.	Programação Inteira.	Algoritmo genético.
Railway Crew Scheduling With Grouping Evolutionary Algorithm. (SEPEHRI; HAJIFATHALIHA; MEMARIANI, 2003)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Formulação como um problema de fluxo em arcos.	Meta-heurística baseado no algoritmo evolutivo.
A Tree Search Algorithm for the Crew Scheduling Problem. (CAO, 1996)	Problema de agendamento de equipes.	Programação Inteira.	Relaxação Lagrangeana + Busca em árvore.
A Simulation Approach to the Optimization of Railway Infrastructure Maintenance Strategies. (QUIROGA; SCHNIEDER, 2011)	Problema de agendamento de manutenção em ferrovia.	Redes de Petri.	Algoritmo de otimização.
Maintenance Strategy of the Railway Network in Finland.	— — — —	— — — —	— — — —
Scheduling and Managing Crew in the Portuguese Railways. (MORGADO; MARTINS, 1992)	Problema de agendamento de equipes.	Sem modelagem matemática.	Sistema para agendamento.
A Hybrid Meta-Heuristic Algorithm for Optimization of Crew Scheduling. (AZADEH et al., 2013)	Problema de agendamento de equipes em linhas aéreas.	Programação de Restrição.	Algoritmo de otimização de enxame de partículas + Busca local + Algoritmo genético + Colônia de formigas.

*Continua na próxima página*

TABELA 5 – Quadro de artigos selecionados

<b>Título</b>	<b>Problema</b>	<b>Modelagem matemática</b>	<b>Método de resolução</b>
Divide-and-price: A Decomposition Algorithm for Solving Large Railway Crew Scheduling Problems. (JÜTTE; THONEMANN, 2012)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Problema de cobertura de conjunto (Programação Inteira)/	Algoritmo de decomposição baseado em geração de colunas.
Ant Colony Optimization-Based Algorithm for Airline Crew Scheduling. (DENG; LIN, 2011)	Problema de agendamento de equipes em linhas aéreas.	Formulação com um problema do caixeiro viajante.	Otimização de colônia de formigas.
Scheduling of Railway Track Maintenance Activities and Crews.	Problema de agendamento de equipes de manutenção.	Programação Inteira.	Busca tabu.
Optimizing Railway Crew Scheduling at DB Schenker. (JÜTTE et al., 2011)	Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens.	Sem modelagem matemática.	Desenvolvimento de um software baseado em geração de colunas.
Integer Programming to Optimize Tamping in Railway Tracks as Preventive. (VALE; RIBEIRO; CALÇADA, 2012)	Problema de agendamento de manutenção preventiva.	Programação Inteira Mista.	Solver C2 do software Gams.
Preventive Maintenance Scheduling of Multi-Cogeneration Plants Using Integer Programming.	Problema de agendamento de manutenção preventiva.	Programação Inteira.	Não disponível.

Os artigos selecionados na revisão sistemática, tratam de problemas de agendamento de equipes (Crew Scheduling Problem - CSP). O CSP apresenta variações dependendo das características de cada problema. Dentre os artigos selecionados encontra-se 5 ramificações do CSP. A Tabela 6 mostra as variações dos problemas e sua recorrência. Dentre os artigos selecionados, o problema mais recorrente, é o problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens. Considera-se aqui, algumas abreviações de cada problema, descritas na Tabela 6. A modelagem matemática mais usada é a Programação Inteira, a Tabela 7 mostra as modelagens matemáticas encontradas e suas recorrência, dentre os artigos selecionados. Os métodos de solução mais utilizados são as heurísticas ou meta-heurística devido a sua performance com esse tipo de problema, a Tabela 8 mostra os métodos e sua recorrência na base de artigos selecionados.

TABELA 6 – Problema de agendamento de equipes

<b>Problema</b>	<b>Quantidade</b>
Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em trens (PAET).	10
Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção/construção (PAETM).	7
Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção preventiva (PAETMP).	3
Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas em linhas aéreas (PAETLA).	2
Problema de agendamento de equipes para realizar tarefas (PAE).	6

TABELA 7 – Modelagem matemática

<b>Modelagem matemática</b>	<b>Quantidade</b>
Programação Inteira.	18
Programação Inteira Mista.	5
Programação de Restrição.	2
Redes de Petri	1

TABELA 8 – Métodos de solução

<b>Métodos de solução</b>	<b>Quantidade</b>
Heurística (gulosa, busca tabu, busca local, etc.) (HE).	8
Geração de Colunas (GC).	5
Algoritmo genético (AG).	5
Colônia de formigas (CF).	4
Solver/software (SS).	4
Enxame de partículas (EP).	1
Relaxação Lagrangeana (RL).	2
Algoritmo Branch-and-Price-and-Cut (BPC).	1

Os problemas selecionados, foram classificados em cinco tipos de problemas e suas respectivas abreviações, como mostra a Tabela 6. Da mesma forma, os métodos

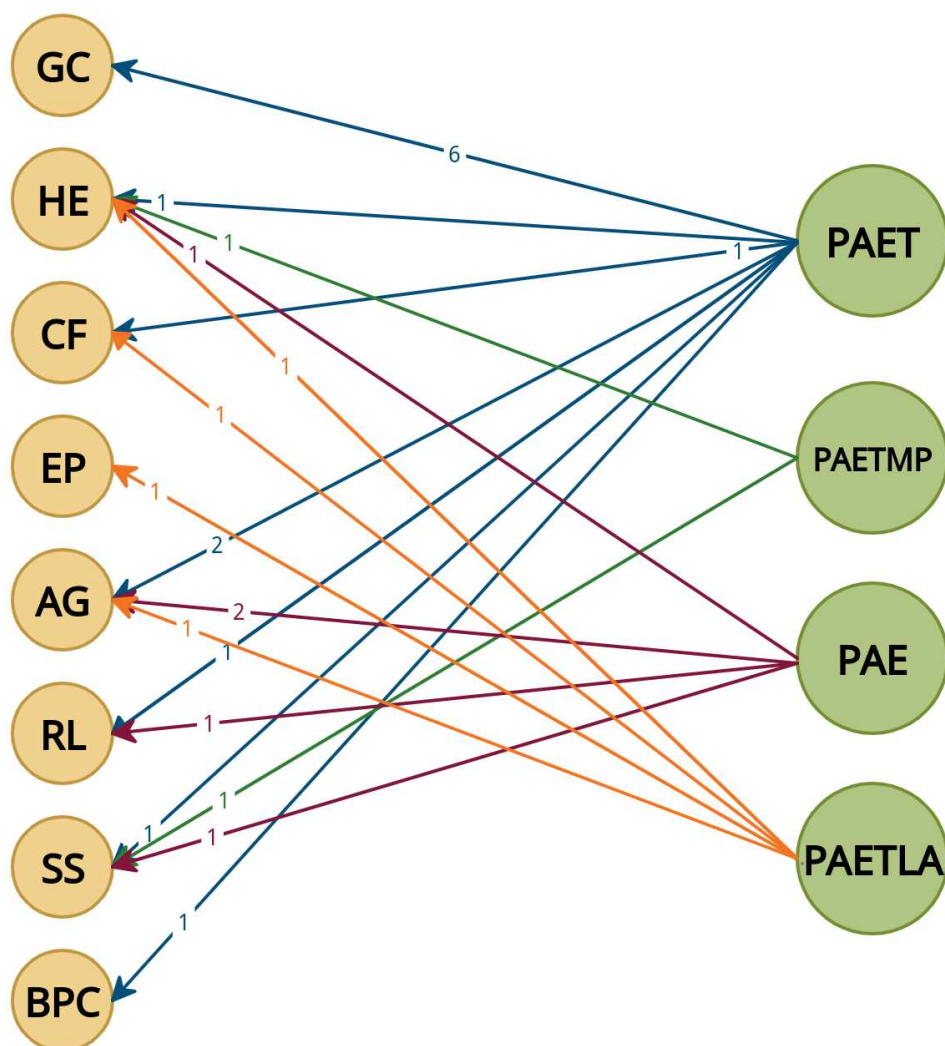
de resolução usados foram classificados com suas respectivas abreviações de acordo com a Tabela 8. Os métodos de resolução e os problemas foram relacionados, a fim de saber com que frequência determinado método foi utilizado e quais problemas utilizam determinados métodos. A Figura 2 mostra a relação dos métodos utilizados e os problemas, dentre os artigos selecionados. Duas vezes o AG (Algoritmo Genético) foi usado para resolver problemas do tipo PAE (Problema de Agendamento de Equipes para realizar tarefas), esse mesmo problema também foi resolvido através de Heurísticas, Relaxação Lagrangeana e por *Solver* comercial. Problemas do tipo PAETLA (Problema de Agendamento de Equipes para resolver tarefas em Linhas Aéreas) foi resolvido por Heurísticas, Algoritmo Genético, Algoritmo de Colônia de Formigas e Algoritmo de Enxame de Partículas. O PAETMP (Problema de Agendamento de Equipes para realizar Tarefas de Manutenção Preventiva) foi resolvido pelos métodos de Heurística e *Solver* comercial. Os problemas do tipo PAETM (Problema de Agendamento de Equipes para resolver Tarefas de Manutenção) foram resolvidos por Algoritmo de Colônia de Formigas, Heurística e Geração de Colunas. Finalmente, o método de Geração de Colunas foi usado seis vezes para resolver problemas do tipo PAET (Problemas de Agendamento de Equipes para realizar tarefas em Trens), esse mesmo problema também foi resolvido através de Heurística, Algoritmo Genético, Colônia de Formigas, Branch-and-Price-and-Cut, *Solver* e Relaxação Lagrangeana.

O problema proposto por (M. POUR et al., 2018), é um problema de agendamento de equipes para realizar tarefas de manutenção preventiva nos equipamentos de sinalização da ferrovia. A modelagem mais usada, na base de artigos selecionados, para os problemas de agendamento de equipes de manutenção de ferrovia (sejam eles apenas problemas de manutenção ou manutenção preventiva) é a Programação Inteira, que aparece em 56,25% dos casos, depois a Programação Inteira Mista que aparece em 15,62% dos casos, Programação de Restrição que aparece em 6,25% dos casos e por fim Redes de Petri que aparece em 3,12% dos casos. O artigo (M. POUR et al., 2018) apresenta uma modelagem de Programação Inteira Mista e Programação de Restrição. De acordo com (M. POUR et al., 2018) a Programação de Restrição se mostra muito mais eficiente para resolver problemas de otimização combinatória.

Ao analisar os métodos de solução mais usados, para os problemas de agendamento de equipes de manutenção, de acordo com a Tabela 5, tem-se que as heurísticas

são usadas em 71,9% dos casos. Uma abordagem híbrida é utilizada em (M. POUR et al., 2018), onde os autores utilizam Programação de Restrição para encontrar soluções factíveis, depois é feita uma melhoria do modelo de Programação Inteira Mista com o CPLEX.

FIGURA 2 – Relação dos métodos com os problemas





## 2.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO SISTEMÁTICA

O problema de agendamento de equipes, é um problema de otimização combinatória. Devido a sua complexidade, várias estratégias tem sido usadas na abordagem desse tipo de problema. As heurísticas, são as mais usadas nas abordagens de resolução desses problemas. Dentre os artigos selecionados, nenhum artigo apresenta problema de agendamento de equipes, onde se considera o nível de conhecimento/competência da equipe para realizar determinada tarefa, com exceção do artigo (M. POUR et al., 2018) que motivou a presente pesquisa. O problema proposto por (M. POUR et al., 2018), é um problema de agendamento de equipes de manutenção, porém se diverge dos demais problemas, pois leva em consideração o nível de competência da equipe que irá realizar determinada tarefa. Esse aspecto, não é abordado nos outros artigos. Os artigos estudados, proporcionam um conhecimento maior de modelagem e possível abordagem de solução, para os problemas de agendamento de equipes. O presente trabalho irá comparar métodos de solução para o problema de agendamento de equipes considerando nível de competência. Pretende-se utilizar as abordagens *Relax and Fix* e *Fix and Optimize* para resolução do presente problema. Dentro do que foi pesquisado, as heurísticas *Relax and Fix* e *Fix and Optimize* não foram utilizadas para resolver problemas de agendamento de equipes de manutenção com critério de competência de equipe.

### 3 MODELO MATEMÁTICO

#### 3.1 MODELO MATEMÁTICO

Considerou-se o modelo matemático proposto por (M. POUR et al., 2018) pois é um modelo matemático completo que atende todas as necessidades do planejamento, tanto do ponto de vista gerencial como com relação às tarefas, funcionários, transporte e competência. O problema consiste em designar funcionários para realizar tarefas de manutenção preventiva nos locais técnicos (um local técnico é uma área de manutenção entre as estações de trem) de uma ferrovia.

O funcionário inicia suas tarefas saindo do depósito e ao fim do expediente deve retornar ao depósito. Por questões de segurança ou de competência, as tarefas possuem um número mínimo de funcionários. As tarefas podem ser executadas por mais do que um funcionário, a fim de minimizar o tempo de posse da pista. Um funcionário pode realizar várias tarefas no mesmo dia, e visitar vários locais técnicos no mesmo dia. As tarefas podem exigir mais do que um dia de trabalho para serem concluídas.

Dentro do agendamento, o tempo gasto por cada funcionário para realizar uma tarefa e o tempo gasto para se transportar entre os locais técnicos, não pode exceder as horas do turno de trabalho. O modelo também considera que, os funcionários devem ter o nível de competência correto para executar determinada tarefa e define o número mínimo e máximo de funcionários, que podem trabalhar simultaneamente na mesma tarefa. Para tarefas mais longas que necessitam de mais de um dia de trabalho para serem concluídas, deseja-se designar os mesmos funcionários que iniciaram para continuar a tarefa no próximo dia.

#### Índices

$n$ : funcionário  $n$

$i$ : tarefa  $i$

$j$ : data  $j$

$k$ : competência  $k$

$p, q$ : local técnico  $p, q$

### Parâmetros

$a$ : número de horas por turno

$f$ : nível total de competência necessária

$c_i$ : tempo necessário para completar a tarefa  $i$

$d1_i$ : número mínimo de funcionários para a tarefa  $i$

$d2_i$ : número máximo de funcionários para tarefa  $i$

$e_{nj}$ : 1 se o funcionário  $n$  está disponível na data  $j$ , 0 caso contrário

$bo_{ik}$ : 1 se a tarefa  $i$  exige competência  $k$ , 0 caso contrário

$bm_{nk}$ : 1 se o funcionários  $n$  tem pelo menos nível 3 para competência  $k$ , 0 caso contrário

$bm2_{nk}$ : 1 se o funcionário  $n$  tem menos que nível 3 para competência  $k$ , 0 caso contrário

$bm3_{nk}$ : nível de competência do funcionário  $n$  para competência  $k$

$tp_{ip}$ : 1 se a tarefa  $i$  está localizada no local técnico  $p$ , 0 caso contrário

$tr_{pq}$ : tempo de transporte do local técnico  $p$  para o local técnico  $q$

$tm_p$ : tempo de transporte do depósito para o local técnico  $p$

$g_i$ : 1 se a tarefa  $i$  deve ser concluída dentro do horizonte de planejamento, 0 caso contrário

## Variáveis

$x_{nij}$ : fração da tarefa  $i$  que o funcionário  $n$  completou na data  $j$

$x3_{ij}$ : fração da tarefa  $i$  que é completada na data  $j$

$x2_{ij}$ : 1 se alguma tarefa  $i$  é completada na data  $j$ , 0 caso contrário

$x4_i$ : 1 se a tarefa  $i$  foi concluída dentro do horizonte de planejamento, 0 caso contrário

$x5_{nij}$ : 1 se o funcionário  $n$  trabalha na tarefa  $i$  na data  $j$  mas não na data  $j + 1$ , 0 caso contrário

$x6_{ij}$ : 1 se parte da tarefa  $i$  foi concluída na data  $j$  mas não na data  $j + 1$ , 0 caso contrário

$y_{nj}$ : 1 se o funcionário  $n$  irá trabalhar na data  $j$ , 0 caso contrário

$z_{nij}$ : 1 se o funcionário  $n$  trabalha na tarefa  $i$  na data  $j$ , 0 caso contrário

$z1_{ni}$ : 1 se o funcionário  $n$  trabalha na tarefa  $i$ , 0 caso contrário

$w_{npj}$ : 1 se o funcionário  $n$  trabalha no local técnico  $p$  na data  $j$ , 0 caso contrário

$v_{npqj}$ : 1 se o funcionário  $n$  precisa de transporte entre o local técnico  $p$  e o local técnico  $q$  na data  $j$ , 0 caso contrário

## Função Objetivo

A função objetivo é composta por três partes. Primeiro, visa minimizar o número de dias de trabalho usados para completar o planejamento. Segundo, garantir que o máximo de tarefas possíveis possam ser concluídas dentro do horizonte de planejamento. Finalmente, minimizar a penalidade por designar funcionários para realizar uma determinada tarefa em dias não consecutivos. Para normalizar essa função cada termo foi escalado de acordo com as informações obtidas com o autor de (M. POUR et al., 2018). O método da soma ponderada, é usado para fornecer os coeficientes relativos a cada termo da função objetivo. Prioridades são dadas nessa ordem: completar

grande número de tarefas no horizonte de planejamento, minimizar o número de dias trabalhados e gerar um planejamento de alta qualidade do ponto de vista gerencial.

$$\begin{aligned} \min O = & \sum_n \sum_j y_{nj} \cdot a + \sum_n \sum_i \sum_j z_{nij} + \sum_n \sum_i z1_{ni} + \sum_n \sum_i \sum_j x5_{nij} + \sum_i \sum_j x6_{ij} \\ & + \sum_i (1 - x4_i) \cdot c_i \end{aligned} \quad (3.1)$$

O modelo matemático apresentado é o mesmo modelo proposto por (M. POUR et al., 2018), com alteração na função objetivo. No presente modelo matemático fez-se uma alteração, o termo 3.2 presente na função objetivo apresentada pelos autores foi desconsiderado na função objetivo, pois essa alteração não possui grande impacto na função objetivo.

$$\sum_n \sum_{j=5} y_{nj} - \sum_n \sum_{j=1} y_{nj} \quad (3.2)$$

Restrições com relação as tarefas

Se uma tarefa é iniciada ela deve ser concluída dentro do horizonte de planejamento. Caso não seja possível ser concluída, então ela não será agendada, ou seja, o conjunto de Restrições 3.3 garante que nenhuma tarefa seja deixada pela metade:

$$\sum_n \sum_j x_{nij} = x4_i \quad \forall i \quad (3.3)$$

O conjunto de Restrições 3.4 garante que o número total de horas por turno não seja excedido, levando em conta o tempo gasto para realizar cada tarefa, o tempo de transporte entre os locais técnicos e o tempo de transporte para sair e retornar ao depósito. O primeiro termo é a duração das tarefas, o segundo termo é o tempo de transporte para sair e retornar ao depósito, o terceiro termo é o tempo de transporte entre os locais técnicos durante o turno:

$$\sum_i x_{nij} \cdot c_i + \sum_p (2w_{npj} - w1_{npj} - w2_{npj}) \cdot tm_p + \sum_p \sum_q v_{npqj} \cdot tr_{pq} \leq a \quad \forall j, n \quad (3.4)$$

O conjunto de Restrições 3.5 garante que a soma das frações das tarefas que cada funcionário realizou não exceda ao total exigido para completar a tarefa:

$$x2_{ij} \geq \sum_n x_{nij} \quad \forall i, j \quad (3.5)$$

No conjunto de Restrições 3.6,  $x3_{ij}$  é definido como a soma das frações de uma tarefa designada para todos os funcionários num dado dia:

$$x3_{ij} = \sum_n x_{nij} \quad \forall i, j \quad (3.6)$$

Algumas tarefas devem ser feitas dentro do horizonte de planejamento (tarefas obrigatórias). Quanto mais tarefas são concluídas, melhor o planejamento é considerado. O conjunto de Restrições 3.7 garante que se uma tarefa é obrigatória (se o parâmetro  $g_i$  é igual a 1) então ela deve ser concluída dentro do horizonte de planejamento:

$$x4_i \geq g_i \quad \forall i \quad (3.7)$$

O conjunto de Restrições 3.8, se a tarefa é completada dentro do horizonte de planejamento, a fração da tarefa que é completada num dado dia não pode exceder a  $x4_i$ :

$$x4_i \geq x_{nij} \quad \forall n, i, j \quad (3.8)$$

O conjunto de Restrições 3.9 garante que os funcionários só irão trabalhar de acordo com a sua disponibilidade, ou seja, um funcionário não pode ser designado para uma tarefa em um dia em que ele não está disponível:

$$y_{nj} \geq z_{nij} \quad \forall n, i, j \quad (3.9)$$

Se o funcionário é designado para uma fração de uma tarefa em um dia em particular, o conjunto de Restrições 3.10 garante que a variável que indica que um

funcionário está trabalhando nessa tarefa, nesse dia, seja definida como 1:

$$z_{nij} \geq x_{nij} \quad \forall n, i, j \quad (3.10)$$

O conjunto de Restrições 3.11 garante que  $z_{nij}$  não pode ser igual a 1 se o funcionário não está designado para a fração dessa tarefa em um dia em particular. Aqui  $M$  é um número suficientemente grande:

$$z_{nij} \leq x_{nij} \cdot M \quad \forall n, i, j \quad (3.11)$$

O conjunto de Restrições 3.12 garante que, se um funcionário é designado para uma fração de uma tarefa em um dia em particular, a variável que indica se o funcionário trabalha nessa tarefa deve ser maior ou igual a o valor da variável  $z_{nij}$ :

$$z_{1ni} \geq z_{nij} \quad \forall n, i, j \quad (3.12)$$

#### Restrições gerenciais

De um ponto de vista gerencial, se uma tarefa leva mais do que um dia para ser concluída, então as seguintes restrições são desejadas:

Se a tarefa exige mais do que um dia trabalho e não foi concluída no dia seguinte, então o conjunto de Restrições 3.13 garante que a parte restante da tarefa seja retomada de preferência pelos mesmos funcionários que iniciaram aquela tarefa:

$$x_{5nij} \geq z_{nij} - z_{nij+1} \quad \forall n, i, j \quad (3.13)$$

No conjunto de Restrições 3.14, se a tarefa  $i$  é iniciada, mas não concluída na data  $j$  e nem no dia seguinte, resultando no comprimento da tarefa em dias não consecutivos, então uma penalidade será aplicada:

$$x_{6ij} \geq x_{2ij} - x_{2ij+1} \quad \forall i, j \quad (3.14)$$

### Restrições com relação a equipe

De acordo com os autores (M. POUR et al., 2018), o planejamento deve permitir que vários funcionários sejam designados para uma tarefa, para diminuir o tempo de realização da tarefa. Por outro lado, muitos empregados trabalhando em uma tarefa, diminui a qualidade do trabalho feito pelo funcionários. Dessa forma defini-se um número máximo de funcionários que podem ser designados para cada tarefa. Devido regras de segurança, algumas tarefas exigem pelo menos dois funcionários para trabalhar simultaneamente.

O conjunto de Restrições 3.15 garante que, o número mínimo de funcionários que devem trabalhar simultaneamente em uma tarefa é representado por:

$$\sum_n z_{nij} \geq d1_i \cdot x2_{ij} \quad \forall i, j \quad (3.15)$$

Da mesma forma no conjunto de Restrições 3.16, o número máximo de funcionários que devem trabalhar simultaneamente em uma tarefa é representado por:

$$\sum_n z_{nij} \leq d2 \cdot x2_{ij} \quad \forall i, j \quad (3.16)$$

No conjunto de Restrições 3.17 a fração da tarefa realizada por cada funcionário, não deve exceder a fração da tarefa que pode ser concluída pelo número mínimo de funcionários. O número mínimo de funcionários por tarefa deve ser respeitado:

$$x_{nij} \leq \frac{x3_{ij}}{d1_i} \quad \forall n, i, j \quad (3.17)$$

Os funcionários não estão disponíveis em todas as datas do planejamento. O conjunto de Restrições 3.18 garante que o funcionário não seja designado para trabalhar em uma tarefa em uma data em que ele não está disponível:

$$z_{nij} \leq e_{nj} \quad \forall n, i, j \quad (3.18)$$



### Restrições com relação as competências

O modelo considera que, os funcionários devem ter o nível de competência correto para completar as tarefas (isto é, no mínimo nível 3 para determinada competência). Satisfazer as restrições de competência se torna ainda mais complicado, devido ao fato que, o número de funcionários trabalhando em uma mesma tarefa pode variar e as tarefas podem ser divididas em vários dias. Para satisfazer a competência de equipe, existem três possibilidades. Suponha-se uma tarefa chamada tarefa1, que deve ser realizada por um funcionário com nível 3 da competência A. Considere a disponibilidade de dois funcionários: funcionário1 e funcionário2 com nível 3 para competência A e menos que nível 3 para competência A, respectivamente.

Se o número mínimo de funcionários que podem trabalhar em uma tarefa for 1 as possibilidades a e b são consideradas abaixo. Se o número mínimo de funcionários que podem trabalhar em uma tarefa for 2, considera-se a possibilidade c abaixo.

- (a) Um funcionário é designado para a tarefa, funcionário1 é designado para tarefa1 e 100% da tarefa é feita pela mesma pessoa.
- (b) Mais do que um funcionário é designado para a tarefa. Então, funcionário1 e funcionário2 são designados para tarefa1. Uma vez que o funcionário2 não possui o nível 3 para a tarefa1 ele pode apenas trabalhar na tarefa se estiver acompanhado do funcionário1. O funcionário1 pode concluir parte da tarefa sozinho devido ao seu nível de competência. O importante é satisfazer o nível de competência exigido até a tarefa ser finalizada.
- (c) Se a tarefa1 exige competência A e o número mínimo de funcionários são duas pessoas, então ambos funcionários devem trabalhar simultaneamente.

Em resumo, pelo menos um dos funcionários, deve ter o nível de competência correto para realizar a tarefa. O número mínimo e máximo de funcionários deve ser respeitado. O nível de competência varia de 0 a 4. Um funcionário é considerado expert, se ele possui pelo menos nível 3 para uma competência em particular. Pelo menos um expert deve estar presente o tempo todo na realização das tarefas. No conjunto de Restrições 3.19 o nível total de competência dos funcionários que trabalham simultane-

amente em uma tarefa (parâmetro  $f$ ) deve ser respeitado. O nível de competência de todos os funcionários deve ser suficiente para cada tarefa:

$$\sum_n z_{nij} \cdot bm_{nk} \geq x_{2ij} \cdot bo_{ik} \cdot f \quad \forall i, j, k \quad (3.19)$$

O conjunto de Restrições 3.20 garante que pelo menos um funcionário deve ter a competência exigida para completar a tarefa  $i$ :

$$\sum_n z_{nij} \cdot bm_{nk} \geq x_{2ij} \cdot bo_{ik} \quad \forall i, j, k \quad (3.20)$$

O nível de competência deve ser igual durante toda a duração de uma tarefa. O conjunto de Restrições 3.21 garante que pelo menos um funcionário tenha nível 3 de competência se vários funcionários trabalham na mesma tarefa simultaneamente:

$$\sum_n x_{nij} \cdot bm_{nk} \geq \frac{\sum_n x_{nij} \cdot bm_{nk}}{d1_i} \quad \forall i, j, k \quad (3.21)$$

Restrições com relação ao transporte

O conjunto de Restrições 3.22 e 3.23 garantem que um funcionário seja transportado entre os locais técnicos que ele irá trabalhar durante o dia, e que ele seja transportado do e para o depósito no início ao fim do turno. Cada funcionário irá trabalhar nos locais técnicos onde a tarefa que ele foi designado a realizar, está localizada:

$$w_{npj} \leq \sum_i z_{nij} \cdot tp_{ip} \quad \forall n, p, j \quad (3.22)$$

$$w_{npj} \cdot M \geq \sum_i z_{nij} \cdot tp_{ip} \quad \forall n, p, j \quad (3.23)$$

O conjunto de Restrições 3.24 e 3.25 garantem que, os funcionários só serão transportados para os locais técnicos em que as tarefas que eles devem realizar estão

localizadas:

$$\sum_q v_{npqj} \leq w_{npj} \cdot M \quad \forall n, p, j \quad (3.24)$$

$$\sum_p v_{npqj} \leq w_{nqj} \cdot M \quad \forall n, q, j \quad (3.25)$$

Se o funcionário trabalha em mais que um local técnico durante o turno, os locais técnicos para os quais ele é transportado são descrito pelas equações 3.26 e 3.27:

$$w1_{nqj} = \sum_p v_{npqj} \quad \forall n, q, j \quad (3.26)$$

$$w2_{npj} = \sum_q v_{npqj} \quad \forall n, p, j \quad (3.27)$$

Cada funcionário pode ser transportado apenas uma vez por dia para cada local técnico de acordo com as equações 3.28 e 3.29:

$$w1_{npj} \leq 1 \quad \forall n, p, j \quad (3.28)$$

$$w2_{npj} \leq 1 \quad \forall n, p, j \quad (3.29)$$

O conjunto de Restrições 3.29 garante que se um funcionário está trabalhando em uma determinada data, então ele é transportado apenas uma vez ao sair e retornar ao depósito:

$$\sum_p w_{npj} \cdot 2 - w1_{npj} - w2_{npj} = 2 \cdot y_{nj} \quad \forall n, j \quad (3.30)$$

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 ABORDAGENS DE RESOLUÇÃO

O presente trabalho aborda o problema de agendamento de equipes, com a modelagem matemática apresentada na Seção 3.1. A utilização de heurísticas foi motivada pelo fato de que, o presente problema, possui 13 conjuntos de variáveis, dos quais 11 são binárias, o que aumenta significativamente o esforço computacional na otimização do problema ao executar o *solver* de Programação Inteira Mista (Mix Integer Programming - MIP). O presente trabalho, tem como objetivo testar e comparar o desempenho das heurísticas *Relax and Fix*, *Fix and Optimize* (sequencial) e *Fix and Optimize* (aleatório), explicados detalhadamente nas próximas seções. Pretende-se mostrar que, as implementações das heurísticas citadas, para resolução do problema de agendamento de equipe, exigem menor tempo computacional (menor do que 3 horas de otimização) em relação ao modelo exato, para atingir uma solução viável.

#### RELAX AND FIX

O método *Relax and Fix*, utiliza a relaxação das variáveis para resolução de subproblemas menores, onde o número de variáveis inteiras é menor, exigindo menor esforço computacional. A implementação da heurística *Relax and Fix* para o problema abordado nesse trabalho, ocorreu da seguinte forma: antes de iniciar as iterações da heurística, definiu-se todas as variáveis do modelo matemático como variáveis contínuas, onde todas podem assumir valores entre 0 e 1. Durante a execução do *Relax and Fix* apenas a variável  $x_{4i}$  não foi relaxada (ou seja continuou sendo binária do começo ao fim), pois essa variável é definida como: 1 se a tarefa  $i$  é totalmente concluída dentro do horizonte de planejamento, 0 caso contrário. Dessa forma, do começo ao fim da heurística, manteve-se a variável  $x_{4i}$  binária, enquanto todas as outras variáveis ( $x_{nij}$ ,  $x_{3ij}$ ,  $x_{2ij}$ ,  $x_{5nij}$ ,  $x_{6ij}$ ,  $y_{nj}$ ,  $z_{nij}$ ,  $z_{1ni}$ ,  $w_{npj}$ ,  $v_{npqj}$ ,  $w_{1npj}$ ,  $w_{2npj}$ ) inicialmente define-se como contínuas. As partições dos subproblemas ocorreu por meio das datas (índice  $j$ ). A Figura 3 mostra os passos das iterações *Relax and Fix*.

- Primeira iteração: as variáveis  $x_{2ij}$ ,  $x_{5nij}$ ,  $x_{6ij}$ ,  $y_{nj}$ ,  $z_{nij}$ ,  $z_{1ni}$ ,  $w_{npj}$ ,  $v_{npqj}$ ,  $w_{1npj}$  e  $w_{2npj}$  cujo o índice é  $j = 1$  foram definidas como binárias, e para  $j \geq 2$  as variáveis permanecem sendo contínuas. Resolve-se esse subproblema.
- Segunda iteração: usa-se o resultado obtido da iteração anterior para fixar as variáveis  $z_{nij}$  e  $y_{nj}$  com índice  $j = 1$ . No índice  $j = 2$ , as variáveis  $x_{nij}$ ,  $x_{3ij}$ ,  $x_{2ij}$ ,  $x_{5nij}$ ,  $x_{6ij}$ ,  $y_{nj}$ ,  $z_{nij}$ ,  $z_{1ni}$ ,  $w_{npj}$ ,  $v_{npqj}$ ,  $w_{1npj}$  e  $w_{2npj}$  foram definidas como binárias. Para  $j \geq 3$  as variáveis permanecem contínuas. Resolve-se esse subproblema. Seguindo essa lógica, as iterações continuam até chegar na última data do planejamento.
- Na última iteração: as variáveis  $z_{nij}$  e  $y_{nj}$  com índice  $j \geq 1$  (com exceção do último dia) estão fixas. As variáveis  $x_{nij}$ ,  $x_{3ij}$ ,  $x_{2ij}$ ,  $x_{5nij}$ ,  $x_{6ij}$ ,  $y_{nj}$ ,  $z_{nij}$ ,  $z_{1ni}$ ,  $w_{npj}$ ,  $v_{npqj}$ ,  $w_{1npj}$  e  $w_{2npj}$ , cujo índice  $j$  é referente ao último dia de planejamento, foram definidas como binárias.

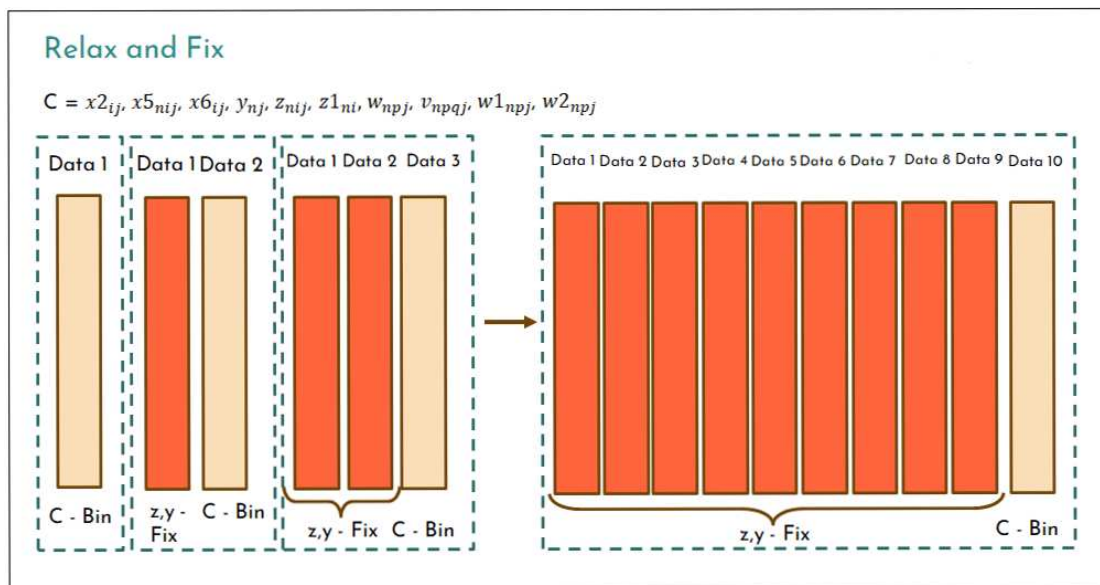


FIGURA 3 – Iterações Relax and Fix

## FIX AND OPTIMIZE (SEQUENTIAL)

A heurística *Fix and Optimize* é um método de melhoria, usado a partir de uma solução inicial factível para o problema. O *Fix and Optimize* se resume em particionar o problema original em subproblemas. Em cada iteração cada um dos subproblemas, que contém variáveis fixas e variáveis binárias (livres), são otimizados. A resolução dos subproblemas se torna mais rápida, pois o número de variáveis é menor, afinal, uma parte das variáveis (variáveis fixas) são consideradas parâmetros, durante a otimização do modelo.

Dentre as variáveis binárias apresentadas no modelo matemático descrito na Seção 3.1, escolheu-se a variável  $z_{nij}$  para ser fixada durante a realização do algoritmo, pois é a variável binária principal do problema (à partir dessa variável conseguimos definir o valor das outras variáveis binárias). A variável  $z_{nij}$  tem os índices  $n$ ,  $i$  e  $j$  (equipes/funcionário, tarefas e data, respectivamente), a implementação do algoritmo foi aplicada para esses três índices. Antes de começar as iterações considerou-se como solução inicial, a primeira solução incumbente do *solver* MIP, isto é, a primeira solução factível encontrada para o problema. A Figura 4 mostra a primeira iteração *Fix and Optimize* (sequencial) para o índice  $j$ , com 10 dias de planejamento. Aqui, o *Fix and Optimize* (sequencial) ocorreu da seguinte forma:

- Em cada iteração *Fix and Optimize*, selecionou-se dois índices de forma sequencial, para definir as variáveis binárias (livres). Fixou-se as variáveis restantes com valores obtidos das solução inicial, deixando dois índices livres para otimização enquanto o restante das variáveis se tornam parâmetros.
- Para exemplificação, considera-se o caso *Fix and Optimize* para o índice  $j$  (data). Na primeira iteração: definiu-se como binárias as variáveis  $z_{nij}$  com índices  $j = 1$  e  $j = 2$ , e fixou-se as variáveis  $z_{nij}$  com índice  $j \geq 3$ . Otimiza-se o problema com essa configuração. Atualiza-se a solução usada para fixar as variáveis.
- Na segunda iteração: definiu-se como binárias as variáveis  $z_{nij}$  com índices  $j = 2$  e  $j = 3$ . Fixou-se as variáveis  $z_{nij}$  com índice  $j = 1$  e  $j \geq 4$ , novamente otimiza-se o problema com essa configuração. Atualiza-se a solução usada para fixar as

variáveis. Seguindo essa lógica repete-se esse processo até as últimas duas datas. O algoritmo foi testado para os três índices (equipe, tarefa e data).

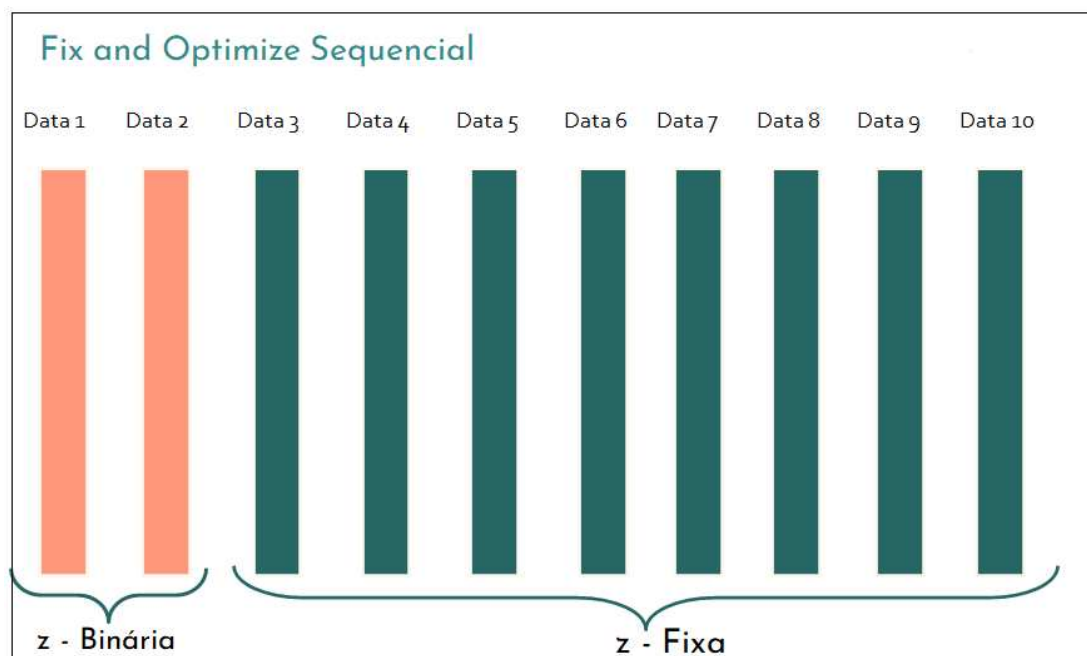


FIGURA 4 – Primeira Iteração do Fix and Optimize Sequencial

#### FIX AND OPTIMIZE (ALEATÓRIO)

Nessa estratégia, assim como no algoritmo *Fix and Optimize* (sequencial), inicia-se a heurística a partir da solução inicial do *solver* MIP. Considerou-se as três possibilidades de fixação dos índices (equipe/funcionário, tarefa e data) da variável  $z_{nij}$ . O *software* de otimização (Gurobi) usado, possui um parâmetro de Múltiplos Cenários, que pode ser alterado em cada modelo. A modificação desse parâmetro, permite que o *software* faça a otimização de vários cenários simultaneamente. A Figura 5 mostra, as iterações da heurística, onde em cada iteração são otimizados cinco cenários. O *Fix and Optimize* (aleatório) ocorreu da seguinte forma:

- Na primeira iteração: Em cada cenário defini-se quais variáveis irão ser fixadas. Definiu-se cinco cenários distintos. Para exemplificação, considere o índice  $j$

(datas). Para cada cenário, escolheu-se aleatoriamente os índices  $j$  que irão fixar uma parte das variáveis  $z_{nij}$  com o valor obtido da solução inicial, de forma que os índices não escolhidos (em cada cenário dois índices  $j$ ) ficam livres para serem otimizados. Para a escolha de índices a serem fixados, para cada cenário, uma semente diferente é usada, afim de evitar números aleatórios repetidos. Otimiza-se o problema com essa configuração.

- A segunda iteração irá gerar mais cinco cenários, a partir da melhor solução encontrada na iteração anterior. Para gerar os cenários, escolheu-se aleatoriamente, em cada cenário, parte das variáveis que serão fixadas, deixando, dois índices  $j$  das variáveis  $z_{nij}$ , livres para serem otimizados. Ao gerar os cenários, o algoritmo segue uma estrutura de busca local.
- E em cada iteração foram definidos cinco cenários diferentes, isto é, em cada cenário, o conjunto das variáveis a serem fixadas são distintas (escolhidas de forma aleatória). A otimização dos cenários ocorre em paralelo. As iterações foram feitas até se atingir um critério de parada (quantidade de otimizações sem melhoria).

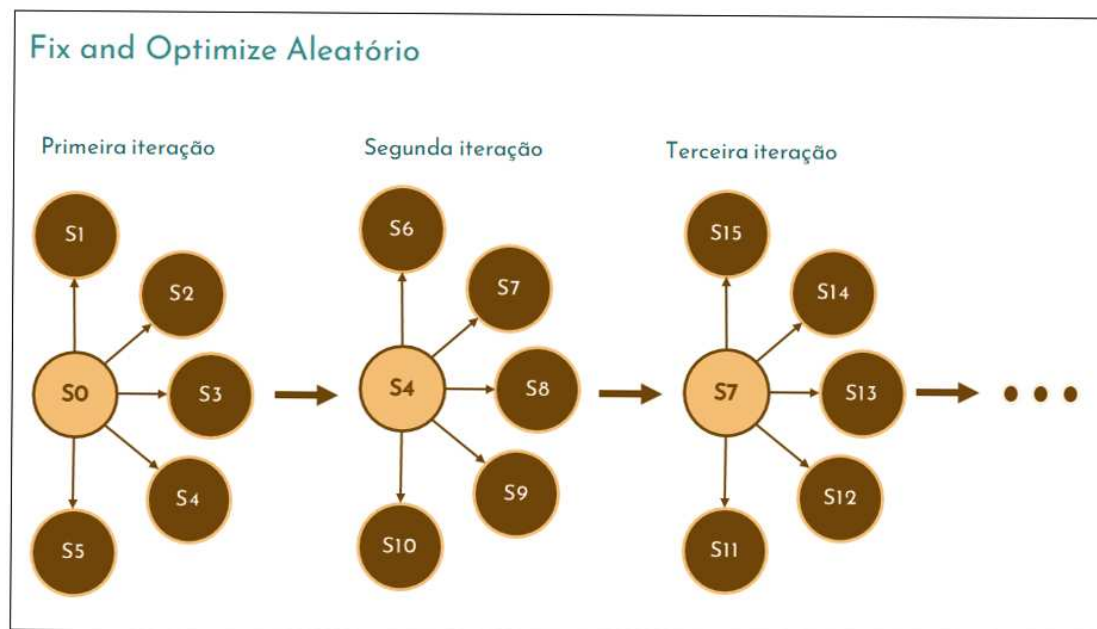


FIGURA 5 – Iterações Fix and Optimize Aleatório



#### 4.1.1 Critérios de avaliação

Para fins de comparação dos testes foi realizado o Teste T de probabilidade pareado, nos valores da função objetivo. Realizou-se o Teste T considerando que as amostras possuem variâncias distintas. Para realização do Teste T cada abordagem heurística foi comparada com os resultados do modelo exato. Os teste computacionais foram realizados com 21 instâncias portanto no Teste T de probabilidade considerou-se 20 graus de liberdade. O Teste T foi realizado considerando o valor de Alfa igual 0.05. O T crítico utilizado nos Teste T é T crítico bicaudal.

#### 4.2 INSTÂNCIAS DE TESTES

Para realização dos testes foram geradas instâncias, usando como base as informações encontradas no artigo (M. POUR et al., 2018). Alguns parâmetros são iguais para todas as instâncias, dessa forma, defini-se os parâmetros gerais. A modelagem apresentada por (M. POUR et al., 2018) não apresenta de forma clara a definição dos parâmetros referente ao transporte. Para gerar os parâmetros relacionados à distância entre os locais técnicos, foram geradas de forma aleatória as coordenadas (x, y) de pontos pertencentes a um círculo de raio 0.66, representando a posição dos 23 locais técnicos.

O parâmetro  $tr_{pq}$  foi definido a partir do cálculo da distância euclidiana entre os pontos gerados, como explicado acima. Segundo (M. POUR et al., 2018), o local técnico mais próximo do depósito fica 0.0 horas distância, o local técnico mais longe fica a 0.66 horas de distância e a média de distância dos locais técnicos para o depósito é de 0.28 horas. Dessa forma, gerou-se o parâmetro  $tm_p$  de forma aleatória, seguindo uma distribuição de probabilidade triangular, com valor mínimo 0.0, máximo 0.66 e média 0.28. Escolheu-se o parâmetro  $tp_{ip}$  de forma aleatória, respeitando o fato de que cada tarefa está localizada em apenas um local técnico. A Tabela 9 mostra a definição dos parâmetros gerais usados para gerar as instâncias.

TABELA 9 – Parâmetros gerais

Parâmetros	Valor
Competências	12
Locais Técnicos	23
Horas de trabalho	6.9
Nível total de competência	4
$tp_{ip}$	Local técnico aleatório
$tr_{pq}$	Cálculo da distância euclidiana
$tm_p$	Número aleatório
$d1_i$	2
$d2_i$	Número de funcionários - 1

Gerou-se os parâmetros restantes de forma específica para cada instância, variando seu horizonte de planejamento com 8, 10, 12, 15, 20 e 30 dias, número de funcionários 5 e 8. Tempo necessário para completar a tarefa  $i$ , definiu-se de forma aleatória com distribuição uniforme. O limitante superior foi definido como sendo 10 horas para instâncias com poucos dias de planejamento (até com 8 ou 10 dias). Foi definido o limitante superior como sendo de 20, 30 e 63 horas para instâncias com um maior horizonte de planejamento. Dessa forma pode-se garantir a viabilidade de concluir todas as tarefas. Caso o limitante superior fosse 63 horas para uma instância com 8 dias de planejamento e poucas tarefas (até 11 tarefas), então poderia ocorrer o caso de não conseguir completar todas as tarefas dentro do horizonte de planejamento. O limitante inferior foi o mesmo usado em (M. POUR et al., 2018). A Tabela 10 apresenta os intervalos utilizados para gerar os números aleatórios. Para definição do parâmetro relacionado a disponibilidade de funcionários ( $e_{nj}$ ), considerou-se que nem todos os funcionários estão disponíveis durante todos os dias do horizonte de planejamento. Dessa forma, para cada funcionário escolheu-se aleatoriamente dois, quatro ou seis dias dos quais ele não estará disponível, isto é, foram geradas instâncias em que cada funcionário folga dois, quatro ou seis dias durante todo o horizonte de planejamento. Escolheu-se essa distribuição de folgas, considerando que os funcionários não estarão disponíveis em todos os dias de planejamento (por questões de férias, imprevistos ou funcionários em treinamento). Definiu-se o parâmetro referente as tarefas obrigatórias (tarefas que devem ser concluídas dentro do horizonte de planejamento  $g_i$ ), de forma que pelo menos 33% (dentro o total de tarefas de cada instância) sejam obrigatórias.

TABELA 10 – Definição dos parâmetros em cada instância

Instância	Tempo para completar a tarefa i (horas)	Tarefas obrigatórias	Tarefas que exigem competência	Horizonte de planejamento (dias)	Folgas por funcionário	Tarefas	Funcionários
T4E5D8F2	[1.6 , 10]	2	4	8	2	4	5
T5E5D8F2	[1.6 , 10]	2	4	8	2	5	5
T6E8D10F4	[1.6 , 10]	3	6	10	4	6	8
T7E8D10F4	[1.6 , 10]	3	6	10	4	7	8
T8E5D8F6	[1.6 , 10]	6	7	8	6	8	5
T9E5D8F6	[1.6 , 10]	5	7	8	6	9	5
T10E5D8F6	[1.6 , 10]	5	7	8	6	10	5
T11E8D10F6	[1.6, 30]	8	9	10	6	11	8
T12E8D10F6	[1.6, 20]	8	10	10	6	12	8
T14E8D10F6	[1.6, 20]	8	12	10	6	14	8
T16E5D10F6	[1.6, 20]	8	14	10	6	16	8
T18E8D10F6	[1.6, 20]	9	15	10	6	18	8
T20E8D10F6	[1.6, 20]	10	18	10	6	20	8
T22E8D12F6	[1.6, 20]	10	20	12	6	22	8
T24E8D12F6	[1.6, 20]	10	22	12	6	24	8
T26E8D15F6	[1.6, 20]	10	24	15	6	26	8
T28E8D15F6	[1.6, 20]	10	26	15	6	28	8
T30E8D15F6	[1.6, 20]	10	28	15	6	30	8
T35E8D15F6	[1.6, 20]	16	33	15	6	35	8
T39E8D20F6	[1.6, 63.4]	16	34	20	6	39	8
T47E8D30F6	[1.6, 63.4]	16	41	30	6	47	8

Em cada instância, existem tarefas que não exigem nenhum tipo de competência para serem realizadas, porém a maior parte das tarefas (isto é, pelo menos 70% das tarefas), exigem algum tipo de competência. Cada tarefa exige no máximo uma competência, ou seja, não ocorre o caso de uma tarefa exigir dois tipos de competência diferentes. Afim de gerar os parâmetros relacionados a competência dos funcionários e competência exigida por cada tarefa, utilizou-se os mesmos dados apresentados pelos autores (M. POUR et al., 2018) nas instâncias T11E8D10F6, T39E8D20F6 e T47E8D30F6. Nas demais instâncias, escolheu-se de forma aleatória quais tarefas exigem determinada competência. A Tabela 11, mostra quantas tarefas exigem determinada competência, por exemplo, na instância T4E5D8F2, uma tarefa exige competência A2, duas tarefas exigem competência B2 e 1 tarefa exige competência B7.

TABELA 11 – Parâmetros relativos à competência em cada instância

Instâncias	Competências											
	A2	A3	B2	B4	B7	B9	B10	B12	C3	C4	C5	C11
T4E5D8F2	1		2		1							
T5E5D8F2	1		2		1							
T6E8D10F4	1		2		1			2				
T7E8D10F4	1		2		1			1				1
T8E5D8F6	3		4									
T9E5D8F6	3		4									
T10E5D8F6	3		4									
T11E8D10F6	1		2		1			5				
T12E8D10F6	2		5					3				
T14E8D10F6	2	2	3		3			2				
T16E5D10F6	3		3		3			3		2		
T18E8D10F6	3		4	1	1	1	1	3		2		
T20E8D10F6	3		4	1	1	1	3	5				
T22E8D12F6	3		4	1	1	1	4	3		3		
T24E8D12F6	5		5		4		4	2		2		
T26E8D15F6	5		4	1	1	1	2	2	2	2	4	
T28E8D15F6	5	5	5	1	1	1	5			3		
T30E8D15F6	2	2	2	1	1	1	5	5	5	4		
T35E8D15F6	3	3	1	3	1	1	5	3			2	2
T39E8D20F6	3		4	1	1	1	3	8	6	3		4
T47E8D30F6	4		5	2	1	1	3	8	9	3	1	4

Em todas as instâncias o nível de competência de cada funcionário é o mesmo. A Tabela 12 apresenta a quantidade de funcionários que possuem no mínimo nível 3 para cada competência.

TABELA 12 – Funcionários com determinada competência

Funcionários	Competências											
	A2	A3	B2	B4	B7	B9	B10	B12	C3	C4	C5	C11
	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4

### 4.3 HARDWARE UTILIZADO

Implementou-se os testes computacionais em linguagem de programação C#, em uma máquina com processador Intel Core i3-2348M CPU, utilizou-se o software *Gurobi Optimization* versão 9.0.2.

### 4.4 VALIDAÇÃO DO MODELO

Para validação do modelo, realizou-se um teste computacional para uma instância pequena (T10E5D8F6) de forma que, os parâmetros dessa instância estão descritos nas Tabelas 9, 10, 11 e 12. O modelo gerado com os parâmetros da instância T10E5D8F6, demandou 1386.53 segundos para resolução. Com esse tempo de resolução atingiu-se o valor ótimo com 0% de GAP, sendo que o valor da função objetivo é de 69. A Figura 6 mostra o resultado do agendamento ótimo obtido.

A instância T10E5D8F6, foi definida com 10 tarefas (tarefa 1, tarefa 2, ..., tarefa 10), 5 funcionários (funcionário 1, funcionário 2, ..., funcionário 5) e 8 dias de planejamento (data 1, data 2, ..., data 8). No modelo matemático, a disponibilidade dos funcionários é definida com o parâmetro  $e_{nj}$ , sendo 1 se funcionário  $n$  está disponível na data  $j$  e 0 caso contrário. Nessa instância, cada funcionário folga 6 dias durante o horizonte de planejamento. O número mínimo de funcionários que podem trabalhar na mesma tarefa  $d1_i$  é definido como sendo 2 para todas as tarefas. Dessa forma, cada tarefa deve ser realizada por no mínimo 2 funcionários. Na instância (T10E5D8F6), os únicos dias com dois ou mais funcionários disponíveis são: na data 3 e data 8. Nos demais dias existe a disponibilidade de apenas 1 funcionário, que nesse caso não pode ser designado para nenhuma tarefa pois o número mínimo de funcionários que devem realizar uma tarefa é 2. A Matriz 4.1 mostra como foi definido o parâmetro  $e_{nj}$ .

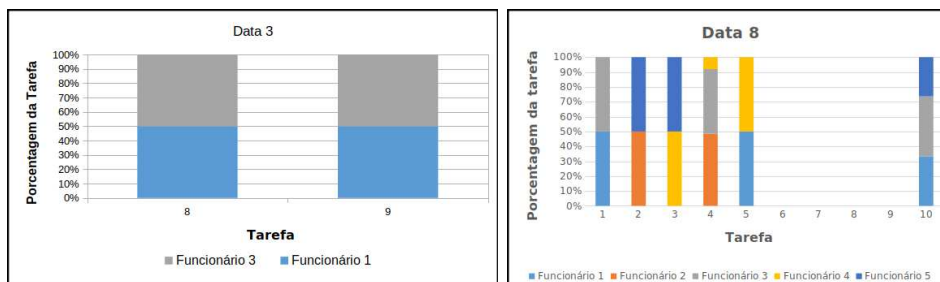
$$e_{nj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Com relação as competências, o parâmetro  $bo_{ik}$  definido como 1 se a tarefa  $i$

exige competência  $k$  e 0 caso contrário. Na instância T10E5D8F6, das 10 tarefas, 7 tarefas exigem competência. As tarefas 1, 2 e 9 exigem competência A2. As tarefas 3, 4, 6 e 8 exigem competência B2. O parâmetro  $bm_{nk}$  é definido como sendo 1 se o funcionário  $n$  tem pelo menos nível 3 de conhecimento da competência  $k$ , isto é, se o funcionário é expert em determinada competência. Todos os 5 funcionários são experts para a competência A2 e B2.

Na instância T10E5D8F6, das 10 tarefas, 5 são obrigatórias. As tarefas 1, 2, 3, 5 e 8 são obrigatórias.

FIGURA 6 – Agendamento de funcionários



A Figura 6 apresenta o gráfico do agendamento da instância T10E5D8F6. As tarefas 8 e 9 são concluídas por dois funcionários (funcionário 1 e 3) no terceiro dia do planejamento. As tarefas 1, 2, 3, 4, 5 e 10 são concluídas no último dia do planejamento. As tarefas 4 e 10 são realizadas por 3 funcionários simultaneamente as demais tarefas são realizadas por dois funcionários.

A fim de entender se o modelo respeita o fato de que, o total de número de horas por turno não deve ser excedido, considerou-se o tempo gasto para completar as tarefas, o tempo de transporte entre os locais técnicos e o tempo gasto para sair e voltar ao depósito. Dessa forma considere abaixo o parâmetro  $c_i$  e as Tabelas 13 e 14.

$$c_i = [3.6 \quad 6.17 \quad 4.71 \quad 6.67 \quad 6.86 \quad 2.15 \quad 1.71 \quad 8.63 \quad 3.78 \quad 3.57] \quad (4.2)$$

TABELA 13 – Localização das tarefas

Tarefas	Local técnico
1	18
2	11
3	1
4	14
5	19
6	11
7	1
8	13
9	20
10	19

TABELA 14 – Tempo de transporte do depósito para o local técnico p

Local técnico	Tempo transporte (horas)
1	0.36
11	0.37
13	0.22
14	0.29
18	0.24
19	0.26
20	0.34

O parâmetro  $c_i$  representa o tempo necessário para completar a tarefa  $i$ . A Tabela 13 apresenta a localização das tarefas em seus respectivos locais técnicos. A Tabela 14 apresenta o tempo de transporte do depósito para cada local técnico. Observação: Na Tabela 14 considerou-se apenas os locais técnicos em que as tarefas da presente instância estão localizadas.

TABELA 15 – Validação da carga horária

Funcionário	Horas tarefas D3	Horas tarefas D8	Tempo transporte D3	Tempo transporte D8	Total D3	Total D8
1	6.205	6.42	0.68	0.48	6.885	6.9
2	0	6.32	0	0.58	0	6.9
3	6.205	6.14	0.68	0.52	6.885	6.66
4	0	6.32	0	0.58	0	6.9
5	0	6.38	0	0.52	0	6.9

Afim de verificar se o resultado obtido respeita o tempo máximo de horas de trabalho dos funcionários, a Restrição 3.4 deve ser satisfeita. É necessário verificar

se o tempo gasto ao realizar as tarefas e o tempo de transporte não excede as horas que o funcionário deve trabalhar durante seu turno. A Tabela 15 apresenta o tempo gasto para realizar as tarefas, o tempo de transporte e o total (horas para realizar as tarefas + horas de tempo de transporte) para cada funcionário. Na Tabela 15, D3 e D8 representam data 3 e data 8 respectivamente.

Das 10 tarefas, 2 não foram realizadas (tarefa 6 e 7), isso ocorre porque nas outras datas não têm a disponibilidade de dois funcionários para realizar as tarefas simultaneamente. Outro motivo é que no terceiro dia de planejamento os funcionários 1, 3 e 5 estão disponíveis, porém não é possível agendar o funcionário 5 para realizar outras tarefas nesse dia, pois  $d1_i = 2 \forall i$ , e os funcionários 1 ou 3 não podem trabalhar em outras tarefas na data 3 para não exceder o número de horas por turno. Todas as tarefas obrigatórias foram concluídas dentro do horizonte de planejamento. A Restrição 3.14 garante que, se uma tarefa é iniciada mas não concluída no mesmo dia, resultando na conclusão da tarefa em dias não consecutivos, uma penalidade é dada ao planejamento. Dessa forma essa modelagem matemática evita gerar planejamentos em que uma tarefa é iniciada e não concluída no mesmo dia.

#### 4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE A METODOLOGIA

O presente trabalho aborda o Problema de Agendamento de Equipes de manutenção (preventiva) em uma ferrovia, com a modelagem matemática proposta por (M. POUR et al., 2018). Dessa forma, toda a modelagem matemática descrita acima foi tirada do artigo (M. POUR et al., 2018). A modelagem matemática proposta apresenta restrições com relação a competência de equipe (3.19, 3.20 e 3.21). Restrições gerenciais como: comprimento das tarefas em dias não consecutivos (3.14); se um funcionário inicia uma tarefa, o mesmo deve retomar a tarefa no dia seguinte (3.13). Dessa forma o modelo proposto garante um agendamento de boa qualidade do ponto de vista gerencial. Dentro do que foi pesquisado no presente trabalho, essas restrições não foram abordadas em outros trabalhos relacionados ao CSP.

A geração das instâncias ocorreu de forma que: o número de locais técnicos, o número de competências, parâmetros relacionados a competência ( $bo_{ik}$ ,  $bm_{nk}$ ,  $bm2_{nk}$  e  $bm3_{nk}$ ), horas por turno e nível total de competência são os mesmos usados em



(M. POUR et al., 2018). Os demais parâmetros foram adaptados como apresentado na Seção 4.2. Ou seja, a geração das instâncias ocorreu de forma a se aproximar das informações disponíveis e adaptar as informações faltantes.

Propõe-se as abordagens heurísticas *Relax and Fix* e *Fix and Optimize* para resolução do presente problema. Levando em consideração as possíveis formas de fixação dos índices (equipes, tarefas e datas) do F&O (sequencial e aleatório).

## 5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

### 5.1 RESULTADOS

Essa seção aborda os resultados dos testes computacionais para o modelo matemático, apresentado anteriormente na seção 3.1. As instâncias geradas variam na quantidade de tarefas, equipes, horizonte de planejamento e folga dos funcionários. As tabelas a seguir, apresentam as abordagens de resolução do modelo exato (MIP), *Relax and Fix* (R&F), *Fix and Optimize* (F&O) sequencial (2DL, 2EL e 2TL), *Fix and Optimize* sequencial (3DL, 3EL e 3TL) e *Fix and Optimize* aleatório (2DL, 2EL e 2TL). Esses testes estão apresentados nas Tabelas 16, 17, 18, 19 e 20. A Tabela 18 mostra os resultados obtidos com a abordagem *Fix and Optimize* para: duas datas livres (2DL), duas equipes livres (2EL) e duas tarefas livres (2TL). A Tabela 19 mostra os resultados da abordagem *Fix and Optimize* para: três datas livres (3DL), três equipes livres (3EL) e três tarefas livres (3TL). A Tabela 20 mostra os resultados para a abordagem *Fix and Optimize* (aleatório) para: duas datas livres (2DL), duas equipes livres (2EL) e duas tarefas livres (2TL). Nas tabelas referentes as heurísticas, os espaços em amarelo, significam que por ultrapassar 2 horas de tempo de resolução, a otimização foi interrompida, isto é, todas as heurísticas tiveram tempo máximo de resolução de 2 horas. Todas as heurísticas em que a otimização não foi interrompida, o solver atingiu 0% de GAP. O valor da função objetivo foi considerado como medida de desempenho para comparação de cada abordagem.

TABELA 16 – Resultados na resolução do modelo exato

<b>Gurobi (modelo exato)</b>			
<b>Instâncias</b>	<b>FO</b>	<b>GAP</b>	<b>Tempo (s)</b>
T4E5D8F2	31.5	0%	10
T5E5D8F2	41.1	0%	439.36
T6E8D10F4	96.8	1.09%	9000
T7E8D10F4	42.9	2.20%	9000
T8E5D8F6	58.5	0%	11.45
T9E5D8F6	61.9	0%	489.1

**Table 16 continua da página anterior**

T10E5D8F6	69	0%	1386.53
T11E8D10F6	196.8	2.90%	9000
T12E8D10F6	155.8	3.53%	9000
T14E8D10F6	184.2	4.71%	9000
T16E5D10F6	207.6	4.71%	9000
T18E8D10F6	248.3	4.53%	9000
T20E8D10F6	287.8	5.41%	9000
T22E8D12F6	311.4	7.88%	9000
T24E8D12F6	344.7	8.69%	9000
T26E8D15F6	359.7	10.80%	9000
T28E8D15F6	397.3	8.30%	9000
T30E8D15F6	460.2	16.84%	9000
T35E8D15F6	592.9	20.3%	9000
T39E8D20F6	662.9	16.4%	9000
T47E8D30F6	1238	24.85%	9000

Para cada instância, considerou-se um tempo máximo de 2h30min para resolução do modelo exato (MIP). Na resolução do MIP, o *solver* atinge a solução ótima em apenas 23.8% dos casos assumindo o tempo máximo de 2h30min.

**TABELA 17 – Relax and Fix**

<b>Relax and Fix</b>		
<b>Instâncias</b>	<b>FO</b>	<b>Tempo (s)</b>
T4E5D8F2	80.3	8
T5E5D8F2	91.8	7
T6E8D10F4	341.7	39
T7E8D10F4	125.1	21
T8E5D8F6	161.7	8
T9E5D8F6	185.8	8
T10E5D8F6	196.7	8
T11E8D10F6	660.6	3283

Table 17 continua da página anterior

T12E8D10F6	443.5	3264
T14E8D10F6	502.2	3282
T16E5D10F6	619.7	3253
T18E8D10F6	621.5	3282
T20E8D10F6	Infactível	
T22E8D12F6	Infactível	
T24E8D12F6	843.2	3339
T26E8D15F6	Infactível	
T28E8D15F6	Infactível	
T30E8D15F6	Infactível	
T35E8D15F6	Infactível	
T39E8D20F6	Infactível	
T47E8D30F6	Infactível	

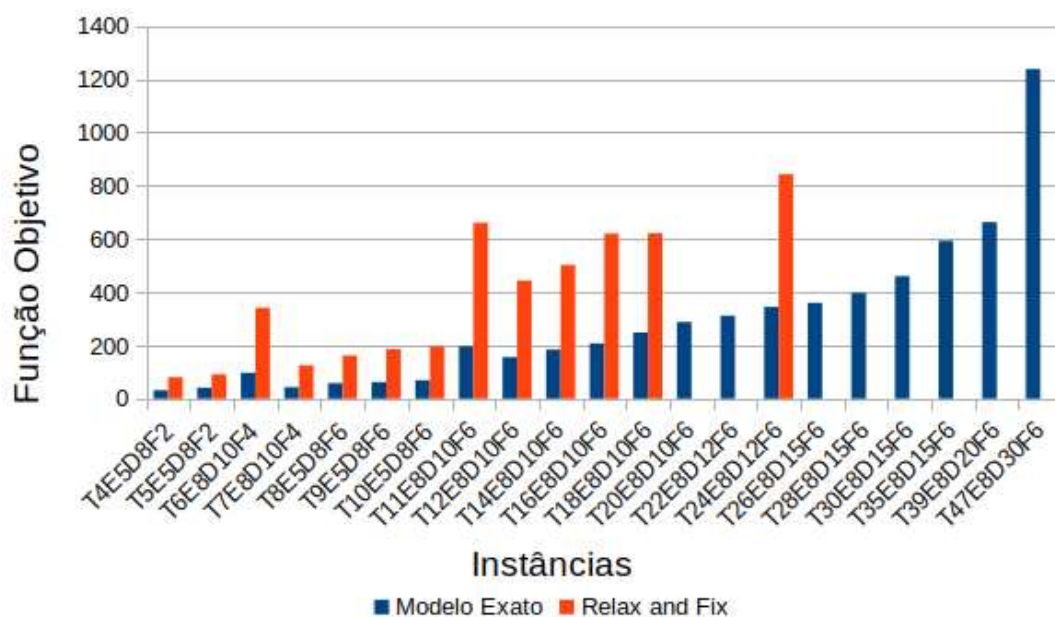


FIGURA 7 – Gráfico de comparação Relax and Fix e modelo exato

Durante o processo de construção da solução, dentro da heurística *Relax and Fix*, soluções infactíveis são recorrentes. De acordo com a Tabela 17, dentre todas

as instâncias testadas com a abordagem *Relax and Fix*, 38.1% dos resultados foram infactíveis. Ao se comparar o desempenho entre *Relax and Fix* e o MIP, percebe-se que a heurística apresenta um tempo computacional melhor, porém os resultados da função objetivo são piores em relação ao MIP. A Figura 7, apresenta o desempenho da heurística R&F em relação a resolução do MIP.

TABELA 18 – Fix and Optimize sequencial (2DL, 2EL e 2TL)

Instancias	F&O (sequencial) (2DL)		F&O (sequencial) (2EL)		F&O (sequencial) (2TL)	
	FO	TEMPO (s)	FO	TEMPO (s)	FO	TEMPO (s)
T4E5D8F2	<b>31,5</b>	<b>4</b>	112,5	1	32,4	2
T5E5D8F2	41,1	24	168,1	2	<b>41,1</b>	<b>3</b>
T6E8D10F4	102,9	14	253	4	<b>100,9</b>	<b>16</b>
T7E8D10F4	<b>42,9</b>	<b>26</b>	198,3	3	56,7	5
T8E5D8F6	<b>62,3</b>	<b>22</b>	63	2	62,5	2
T9E5D8F6	68	3	76,6	3	<b>63,6</b>	<b>2</b>
T10E5D8F6	72,9	8	75,1	12	<b>71,8</b>	<b>4</b>
T11E8D10F6	<b>201,8</b>	<b>213</b>	267,6	9	205,1	16
T12E8D10F6	164,9	7200	211,8	6	<b>159,8</b>	<b>11</b>
T14E8D10F6	<b>184,4</b>	<b>7200</b>	278,6	7	189,8	18
T16E8D10F6	<b>209,3</b>	<b>7200</b>	270,4	16	210,2	19
T18E8D10F6	<b>249,2</b>	<b>7200</b>	319,1	17	254,1	35
T20E8D10F6	<b>292,7</b>	<b>3519</b>	355	38	315,5	68
T22E8D12F6	309,8	7200	409,6	400	327,8	94
T24E8D12F6	<b>342,3</b>	<b>7200</b>	422,8	669	342,8	70
T26E8D15F6	411,1	7200	<b>362,2</b>	<b>1008</b>	356,9	1916
T28E8D15F6	612,6	7200	648,4	7200	<b>403</b>	<b>978</b>
T30E8D15F6	669,7	7200	696	4899	<b>434,4</b>	<b>848</b>
T35E8D15F6	976,7	7200	920,6	7200	<b>535,9</b>	<b>1562</b>
T39E8D20F6	865,8	7200	<b>674,5</b>	<b>7200</b>	713,3	7200
T47E8D30F6	1686,7	7200	1621,2	7200	<b>1346,3</b>	<b>7200</b>

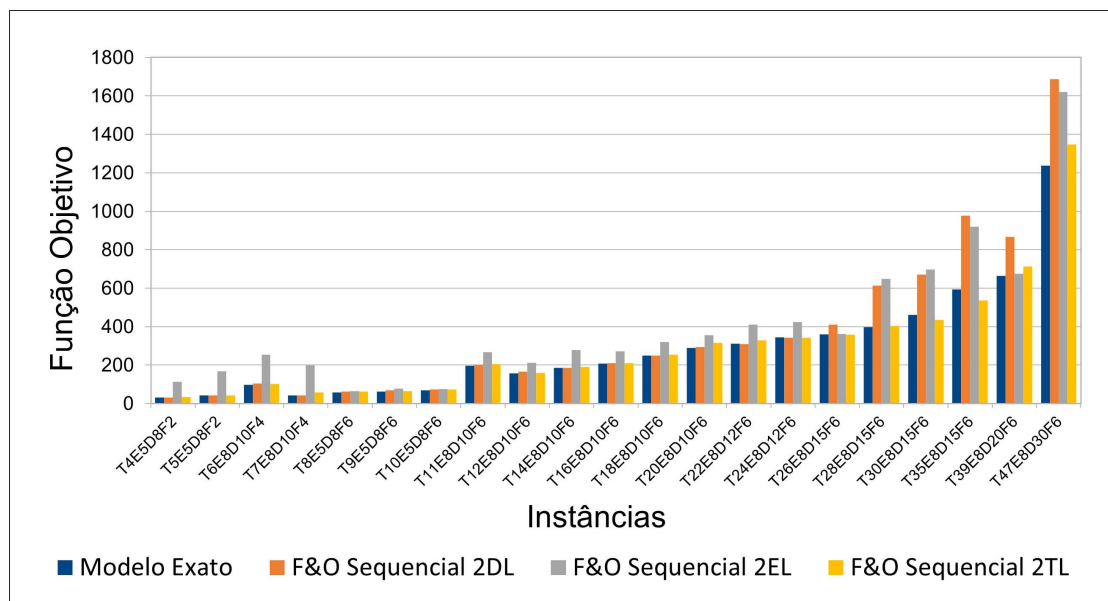


FIGURA 8 – Gráfico de comparação Fix and Optimize sequencial (2DL, 2EL e 2TL) e modelo exato

A Tabela 18, apresenta os resultados *Fix and Optimize* sequencial, fixando as variáveis  $z_{nij}$  e deixando dois índices de variáveis binárias (variáveis livres) para otimização. Os resultados são melhores que o MIP em termos de tempo computacional. De acordo com a Tabela 18 a abordagem *Fix and Optimize* sequencial 2DL encontra solução ótima para as duas primeiras instâncias (T4E5D8F2 e T5E5D8F2), com tempo computacional melhor que o modelo exato. A abordagem *Fix and Optimize* sequencial 2DL encontra solução melhor que a solução encontrada na resolução do modelo exato, para a instância T22E8D12F6, em menor tempo computacional. De forma geral, a heurística encontra soluções boas (isto é, o valor da função objetivo muito próxima da solução encontrada pelo modelo exato) com tempo computacional menor em relação ao modelo exato. Nota-se que, ao fixar o as datas (2DL), a otimização precisou ser interrompida em mais da metade dos testes (57.14%), por ultrapassar o tempo estipulado. Ao fixar as equipes (2EL) observou-se que a otimização é interrompida em apenas 19.04% dos testes, porém (de modo geral) o valor da função objetivo é pior comparando com a resolução ao modelo exato. Observou-se que, ao fixar as tarefas, obtêm-se resultados em melhor tempo computacional que o modelo exato, sem sacrificar o valor da função objetivo. Em apenas 9.52% dos testes (2TL) a otimização

foi interrompida por ultrapassar o tempo limite. Dessa forma, observou-se que fixar tarefas, apresenta a menor porcentagem de interrupção da otimização, com soluções próximas ao valor da função objetivo obtida na resolução do modelo exato em melhor tempo computacional. Em especial, observa-se que para as instâncias T30E8D15F6 e T35E8D15F6 as a abordagem *Fix and Optimize* sequencial 2TL encontra soluções melhores que na resolução do modelo exato, em menor tempo computacional. A Figura 8 mostra o gráfico de desempenho das heurísticas e o modelo exato. De acordo com a 8, a abordagem *Fix and Optimize* (2TL) apresenta resultados muito próximos aos encontrados pelo modelo exato, em menor tempo computacional.

TABELA 19 – Fix and Optimize sequencial (3DL, 3EL e 3TL)

Instâncias	Fix and Optimize (3DL)		Fix and Optimize (3EL)		Fix and Optimize (3TL)	
	FO	TEMPO (s)	FO	TEMPO (s)	FO	TEMPO (s)
T4E5D8F2	<b>31,5</b>	<b>6</b>	39,5	2	32,4	4
T5E5D8F2	<b>41,1</b>	<b>61</b>	94,8	1	43,3	3
T6E8D10F4	<b>100,2</b>	<b>7200</b>	164,1	8	<b>98,8</b>	<b>103</b>
T7E8D10F4	<b>42,9</b>	<b>70</b>	165,1	5	43,5	7
T8E5D8F6	62,3	34	62,4	4	<b>62,3</b>	<b>2</b>
T9E5D8F6	68	6	69,4	5	<b>63,4</b>	<b>4</b>
T10E5D8F6	72,9	12	<b>69,4</b>	<b>5</b>	69,5	4
T11E8D10F6	<b>198,6</b>	<b>202</b>	264,8	155	208,1	60
T14E8D10F6	<b>185,2</b>	<b>7200</b>	242,7	19	190,1	123
T16E8D10F6	<b>206,2</b>	<b>7200</b>	250,8	299	214,3	79
T18E8D10F6	<b>249</b>	<b>7200</b>	321,9	7200	255,8	81
T20E8D10F6	<b>296,5</b>	<b>7200</b>	311,4	1809	308,5	152
T22E8D12F6	362	7200	436,7	7200	<b>314,9</b>	<b>718</b>
T24E8D12F6	484,3	7200	433,3	7200	<b>347,6</b>	<b>575</b>
T26E8D15F6	387,1	7200	<b>369,1</b>	<b>7200</b>	401,2	7200
T28E8D15F6	<b>612,5</b>	<b>7200</b>	649,8	7200	667,9	7200
T30E8D15F6	751,1	7200	<b>723,7</b>	<b>7200</b>	725,9	7200
T35E8D15F6	915,2	7200	<b>910,8</b>	<b>7200</b>	944,6	7200
T39E8D20F6	847,8	7200	<b>711,5</b>	<b>7200</b>	781,7	7200
T47E8D30F6	1619,6	7200	<b>1413</b>	<b>7200</b>	1421,7	7200

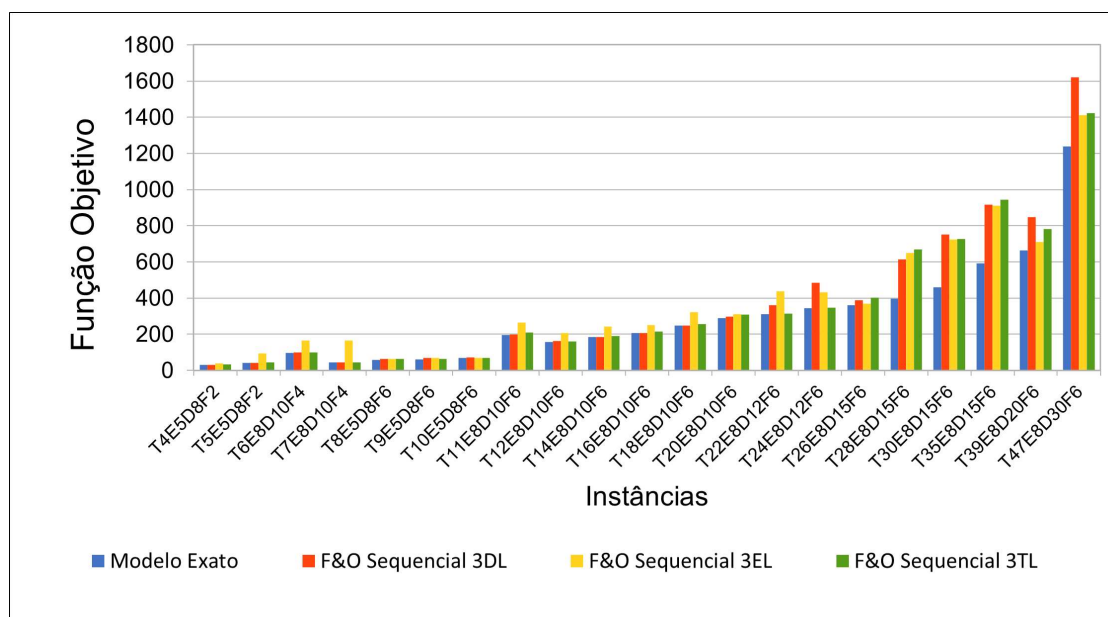


FIGURA 9 – Gráfico de comparação Fix and Optimize sequencial (3DL, 3EL e 3TL) e modelo exato

De acordo com a Tabela 19 a abordagem *Fix and Optimize* sequencial 3DL encontra o ótimo para as duas primeiras instâncias (T4E5D8F2 e T5E5D8F2) com melhor tempo computacional em comparação a resolução do modelo exato. Encontra o mesmo resultado que a abordagem MIP para a instância T7E8D10F4 em tempo computacional superior. A abordagem 3DL encontra soluções muito próximas ao modelo exato para instâncias com até 26 tarefas. A abordagem 3DL precisou ser interrompida em 66.7% dos casos. A abordagem *Fix and Optimize* sequencial 3EL encontra resultados não tão satisfatórios (o valor da função objetivo poderia ser melhor). A otimização na abordagem 3EL precisou ser interrompida em 42.86% dos casos. A abordagem de forma geral oferece bons resultados, em especial para a instância T10E5D8F6, as abordagens 3EL e 3TL encontram valor similar ao ótimo em tempo computacional surpreendentemente menor (5 e 4 segundos, respectivamente), enquanto na resolução do modelo exato a otimização exigiu 1386.53 segundos. A otimização na abordagem 3TL precisou ser interrompida em 28.57% dos casos. Dessa forma ao fixar tarefas, observa-se a menor porcentagem de interrupção da otimização. A Figura 9 mostra o gráfico de comparação de desempenho entre as variações (3DL, 3EL e 3TL) da heurística *Fix and Optimize* sequencial e o modelo exato.



TABELA 20 – Fix and Optimize aleatório (2DL, 2EL e 2TL)

Instancias	F&O (sequencial) (2DL)		F&O (sequencial) (2EL)		F&O (sequencial) (2TL)	
	FO	TEMPO (s)	FO	TEMPO (s)	FO	TEMPO (s)
T4E5D8F2	154.6	2	177.9	2	31.5	13
T5E5D8F2	205.2	2	204.5	3	159.9	6
T6E8D10F4	335.9	4	349.6	4	100.4	40
T7E8D10F4	352.1	5	330.9	4	43.5	15
T8E5D8F6	69.5	1	60.4	2	62.9	4
T9E5D8F6	87.04	3	78.3	2	62.9	5
T10E5D8F6	75.3	3	74.4	3	72.4	5
T11E8D10F6	275.4	6	295.2	5	303.4	27
T12E8D10F6	226.2	8	229.4	6	165.3	23
T14E8D10F6	278.4	7	330.1	8	252.6	58
T16E8D10F6	316.2	29	316.8	9	237.6	38
T18E8D10F6	351.5	51	354.6	34	292.7	73
T20E8D10F6	365.7	258	370	100	321.5	106
T22E8D12F6	644.5	34	546	16	482.3	94
T24E8D12F6	533.4	109	552.6	50	479.6	156
T26E8D15F6	410.3	7200	416.8	4225	396.6	691
T28E8D15F6	921.8	91	945.4	205	861.5	659
T30E8D15F6	943.9	88	962.4	42	867.3	1485
T35E8D15F6	1118	90	971	158	908.3	1993
T39E8D20F6	851.2	7200	783.5	7200	729.2	5675
T47E8D30F6	1658.4	5881	1522.7	7200	1343.6	7200

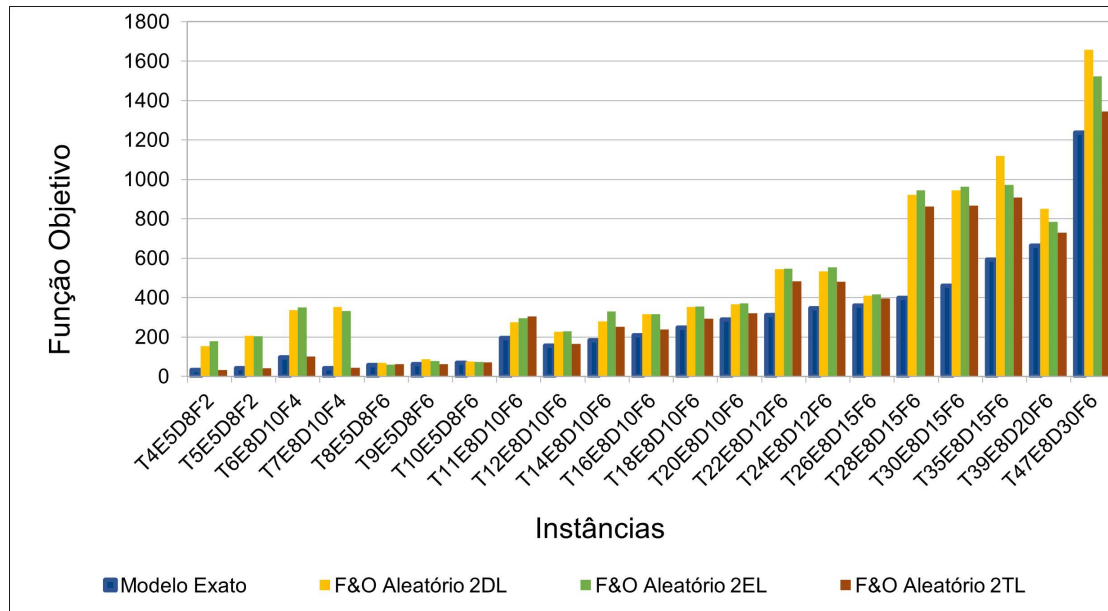


FIGURA 10 – Gráfico de comparação Fix and Optimize aleatório (2DL, 2EL e 2TL) e modelo exato

De acordo com a Tabela 20 de forma geral a heurística *Fix and Optimize* aleatório é melhor que a resolução do modelo exato com relação ao tempo computacional, porém com exceção da abordagem *Fix and Optimize* aleatório 2TL (na instância T4E5D8F2 e T7E8D10F4), os resultados são piores em comparação a resolução do modelo exato. De forma geral, nas variações (2DL, 2EL e 2TL) da abordagem *Fix and Optimize* aleatório, a otimização precisou ser interrompida em 7.93% de todos os testes. Isso mostra que a otimização simultânea de cinco cenários se mostra mais eficiente em termos de tempo computacional em comparação com as outras abordagens apresentadas.

A abordagem *Relax and Fix* não foi considerada para comparação no Teste T pela recorrência de resultados infactíveis. Dessa forma a Tabela 21 apresenta o resultado do Teste T para as abordagens *Fix and Optimize sequencial* (2DL, 2EL e 2TL), a Tabela 22 apresenta os resultados do Teste T para as abordagens *Fix and Optimize sequencial* (3DL, 3EL e 3TL) e finalmente a Tabela 23 apresenta os resultados do Teste T para as abordagens *Fix and Optimize aleatório* (2DL, 2EL e 2TL).

TABELA 21 – Teste T das abordagens F&O sequencial (2DL, 2EL e 2TL)

Teste T						
	F&O sequencial 2DL		F&O sequencial 2EL		F&O sequencial 2TL	
T crítico	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)
2.08	0.02	2.49	0.00	4.83	0.22	1.26

TABELA 22 – Teste T das abordagens F&O sequencial (3DL, 3EL e 3TL)

Teste T						
	F&O sequencial 3DL		F&O sequencial 3EL		F&O sequencial 3TL	
T crítico	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)
2.08	0.01	2.89	0.00	4.45	0.02	2.62

TABELA 23 – Teste T das abordagens F&O aleatório (2DL, 2EL e 2TL)

Teste T						
	F&O aleatório 2DL		F&O aleatório 2EL		F&O aleatório 2TL	
T crítico	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)	P (T<=t)	Estatística T (em módulo)
2.08	0.00	3.48	0.11	1.67	0.00	3.23

O valor P apresentado nas Tabelas 21, 22 e 23, é a probabilidade da hipótese nula ser verdadeira, nesse caso, as amostras não apresentam diferenças significativas. De acordo com a Tabela 21, a única heurística em que a estatística T não ultrapassa o

T crítico é a abordagem F&O sequencial 2TL. As outras abordagens (F&O sequencial 2DL e 2EL) apresentam o valor de P próximo de 0, logo a hipótese nula é falsa e as amostras apresentam diferenças significativas. De acordo com a Tabela 22 todos as estatísticas T ultrapassam o T crítico, dessa forma as amostras apresentam diferenças significativas. Observa-se na Tabela 23 que a única abordagem que a estatística T não ultrapassa o T crítico é a abordagem F&O aleatório 2EL, logo, a abordagem não apresenta diferença significativa em relação aos resultados obtido com a resolução do modelo exato. Os gráficos 11, 12 e 13 apresentam uma comparação da distribuição das amostras, cada gráfico compara o Gurobi (modelo exato) com cada heurística. Dessa forma é fácil ver que, a abordagem F&O sequencial 2TL é a que mais se aproxima dos resultados do modelo exato em termos de valores da função objetivo e com tempo computacional superior.

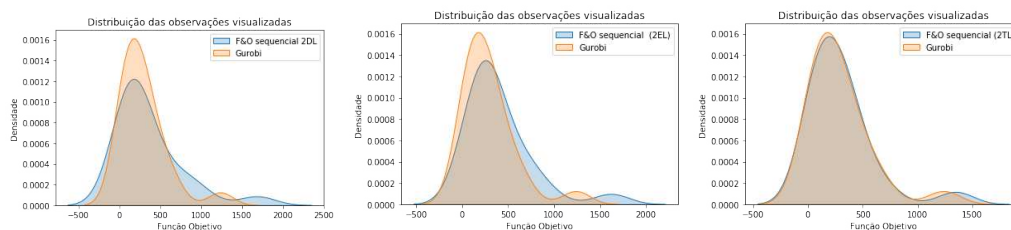


FIGURA 11 – Gráficos das distribuições das observações do Teste T (F&O sequencial 2DL, 2EL e 2TL)

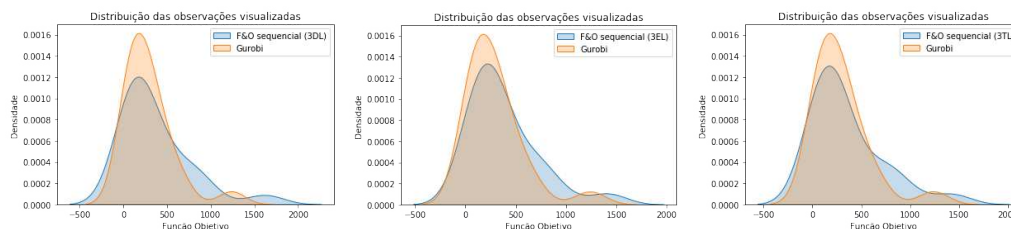


FIGURA 12 – Gráficos das distribuições das observações do Teste T (F&O sequencial 3DL, 3EL e 3TL)

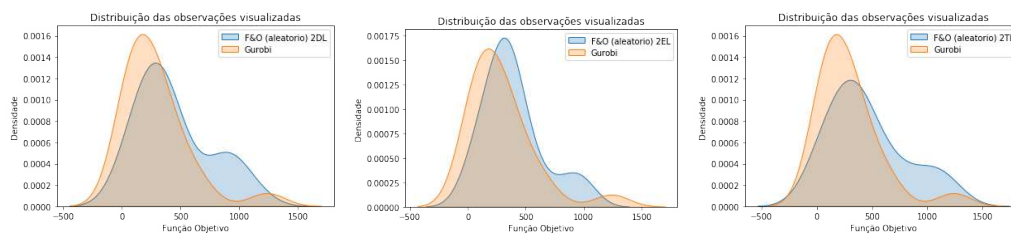


FIGURA 13 – Gráficos das distribuições das observações do Teste T (F&O aleatório 2DL, 2EL e 2TL)

## 5.2 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados acima mostram que, as abordagens heurísticas apresentam desempenho superior ao modelo exato em termos de tempo computacional. De acordo com o Teste T de probabilidade realizado, as abordagens F&O sequencial 2DL e 2EL apresentam diferenças significativas, quando comparadas com a resolução do modelo exato. De acordo com os resultados, a abordagem mais eficiente em termos de valor da função objetivo é a abordagem F&O sequencial 2TL. Conclui-se que, na abordagem do presente problema, fixar tarefas resulta em melhores resultados que fixar outros índices (equipes/datas). Observa-se que fixar tarefas apresenta também menor taxa de interrupção do algoritmo, isto é, melhor tempo computacional. Pode-se observar que, para o problema proposto, o F&O sequencial com 3 índices livres (3DL, 3EL e 3TL) não apresenta bons resultados de acordo com o Teste T e não apresenta soluções significativamente melhores em comparação com a abordagem F&O sequencial com 2 índices livres (2DL, 2EL e 2TL). Dessa forma pode-se concluir que deixar mais índices livres para otimização não apresenta resultados melhores para o presente problema. De acordo com o Teste T de probabilidade as soluções encontradas na abordagem F&O aleatório 2EL não apresenta diferença significativa em comparação a abordagem do modelo exato, isto é, essa abordagem também apresenta bons resultados. De acordo com o Teste T de probabilidade as abordagens F&O aleatório 2DL e 2TL não apresentam bons resultados em termos de valores da função objetivo. A abordagem F&O aleatória se mostrou superior as demais abordagens heurísticas, em termos de tempo computacional (em apenas em 7.93% dos testes a otimização precisou ser interrompida). Dessa forma, percebe-se que a otimização de múltiplos cenários em paralelo apresenta melhor performance, em termos de tempo computacional, em

comparação as demais abordagens heurísticas, pois apresentou menor porcentagem de interrupção da otimização.

## 6 CONCLUSÃO

Na presente pesquisa abordou-se o Problema de Agendamento de Equipes de Manutenção (preventiva) em uma ferrovia. Realizou-se uma revisão sistemática da literatura, buscando encontrar quais modelagens matemáticas e métodos de resolução mais usados para problemas da classe CSP. Realizou-se a validação do modelo matemático para uma instância pequena. Realizou-se teste computacionais na resolução do modelo exato, com as abordagens *Relax and Fix* e *Fix and Optimize*, avaliando o desempenho de cada uma. O problema apresenta restrições gerenciais e restrições relacionadas a competência, destacando-se dentre os Problemas de Agendamento de Equipes. Dentro do que foi pesquisado, o Problema de Agendamento de Equipes com restrições de competência, é pouco abordado na literatura. Satisfazer as restrições de competência, além do considerável número de variáveis binárias, torna a resolução do problema desafiadora. A resolução do modelo exato para cenários com mais de 11 tarefas exige um tempo computacional considerável. Pois com 11 tarefas o *solver* não encontra a solução ótima dentro de 2h30min. Considerando um maior horizonte de planejamento com 47 tarefas a resolução do modelo exato se torna inviável em termos de tempo computacional.

O presente trabalho considerou três abordagens heurísticas: *Relax and Fix*; *Fix and Optimize* sequencial e *Fix and Optimize* aleatório. Considerou-se variações na escolha de fixação dos índices (equipe, tarefa e data) na resolução de cada abordagem. Analisou-se o desempenho de cada abordagem.

O *Relax and Fix* não apresentou bons resultados, pois gera soluções inefectivas e valores da função objetivo pouco satisfatórias. O *Fix and Optimize* sequencial apresentou resultados satisfatórios, pois a otimização ocorre em tempo computacional viável sem sacrificar o valor da função objetivo. A abordagem F&O sequencial 2TL destaca-se pela sua performance apresentado resultados satisfatórios, com os valores da função objetivo muito semelhantes a resolução do modelo exato e em tempo computacional superior. A abordagem F&O sequencial 2DL também se destaca por encontrar solução ótima para a instância T4E5D8F2 e encontra a mesma solução que o MIP nas instâncias T5E5D8F2 e T7E8D10F4 em tempo computacional significativamente melhor. A abordagem F&O

sequencial (3DL, 3EL e 3TL) não apresenta resultados melhores que o F&O sequencial (2DL, 2EL e 2TL). Pode-se concluir que para o presente problema, deixar mais variáveis livres não necessariamente trará melhores resultados.

O algoritmo *Fix and Optimize* aleatório, apresenta desempenho o melhor em termos de tempo computacional. De acordo com o Teste T apresentado anteriormente a abordagem F&O aleatório 2EL apresenta resultados próximos a resolução do modelo exato em termo de valor da função objetivo. Os resultados mostram que a abordagem do F&O aleatório possui a menor porcentagem de interrupção da otimização em comparação com as demais abordagens. Dessa forma pode-se concluir que o *solver* apresenta melhor performance na otimização de múltiplos cenários em paralelo. No entanto, a escolha aleatória dos índices permite duas possibilidades: 1) escolhe-se os índices a serem fixados. 2) escolhe-se os índices a serem de variáveis livres. No presente trabalho, escolheu-se aleatoriamente os índices que seriam fixados, na geração de cada cenário. A escolha dos índices das variáveis livres pode trazer resultados diferentes. De acordo com o Teste T de probabilidade a abordagem que mais se aproxima dos resultados do modelo exato (em tempo computacional melhor) é a abordagem *Fix and Optimize* sequencial 2TL.

Pode-se concluir que o desempenho da heurística *Fix and Optimize* depende da escolha dos índices a serem fixados. Em particular, para o problema proposto, fixar os índices relativos as tarefas mostrou melhores resultados. A resolução do presente problema permite realizar uma agendamento de um grande número de tarefas de manutenção preventiva, considerando um número limitado de recursos (8 funcionários) de forma otimizada. A otimização de múltiplos cenários em paralelo pode ser uma ótima ferramenta na resolução de heurísticas ou mesmo de outras abordagens de resolução.

## REFERÊNCIAS

- AZADEH, A et al. A hybrid meta-heuristic algorithm for optimization of crew scheduling. **Applied Soft Computing Journal**, Elsevier B.V., v. 13, n. 1, p. 158–164, 2013. ISSN 1568-4946.
- BHUNIA, Asokekumar. Solving a multi-objective interval crew-scheduling problem via Genetic Algorithms Solving a multi-objective interval crew-scheduling problem via Genetic Algorithms. May, 2014.
- CAO, B. A tree search algorithm for the crew scheduling problem. v. 2217, n. 95, 1996.
- CERTA, A. et al. An effective approach for the maintenance scheduling in large systems with required reliability level: A case study. **International Journal of Applied Engineering Research**, 2015. ISSN 0973-9769.
- CHEUNG, Bruce S.N. et al. Railway track possession assignment using constraint satisfaction. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Pergamon, v. 12, n. 5, p. 599–611, out. 1999. ISSN 0952-1976.
- DENG, Guang-feng; LIN, Woo-tsong. Expert Systems with Applications Ant colony optimization-based algorithm for airline crew scheduling problem. **Expert Systems With Applications**, Elsevier Ltd, v. 38, n. 5, p. 5787–5793, 2011. ISSN 0957-4174.
- GORMAN, Michael F; KANET, John J. Formulation and Solution Approaches to the Rail Maintenance Production Gang Scheduling Problem. v. 136, August, p. 701–708, 2010.
- HEIL, Julia; HOFFMANN, Kirsten; BUSCHER, Udo. **Railway crew scheduling: Models, methods and applications**. [S.l.: s.n.], 2020.
- HO, Kirsten; BUSCHER, Udo. Computers & Industrial Engineering Valid inequalities for the arc flow formulation of the railway crew scheduling problem with attendance rates. v. 127, May 2018, p. 1143–1152, 2019.
- HOJATI, Mehran. A greedy heuristic for shift minimization personnel task scheduling problem. **Computers and Operations Research**, 2018. ISSN 03050548. DOI: 10.1016/j.cor.2018.07.010.



INTRODUCTION, I et al. Maintenance planning in rail transportation. May, p. 2019, 1982.

JOURNALS, Palgrave Macmillan; JOURNALS, Palgrave Macmillan. activities Scheduling of railway track-maintenance and crews. v. 49, n. 10, p. 1026–1033, 2014.

JÜTTE, Silke; THONEMANN, Ulrich W. Divide-and-price: A decomposition algorithm for solving large railway crew scheduling problems. **European Journal of Operational Research**, 2012. ISSN 0377-2217.

JÜTTE, Silke et al. Optimizing Railway Crew Scheduling at DB Schenker. **Interfaces**, v. 41, p. 109–122, abr. 2011. DOI: 10.1287/inte.1100.0549.

LAKS, Paul; VERHAGEN, Wim J C. ScienceDirect ScienceDirect ScienceDirect Identification of optimal preventive maintenance decisions for Identification of optimal preventive maintenance decisions for composite components composite components. **Transportation Research Procedia**, Elsevier B.V., v. 29, p. 202–212, 2018. ISSN 2352-1465.

LIN, Dung-ying. Integrated Crew Scheduling and Roster Problem for Trainmasters of Passenger Railway Transportation. **IEEE Access**, IEEE, v. 7, p. 27362–27375, 2019.

LIU, Jing; LU, Ming. Constraint Programming Approach to Optimizing Project Schedules under Material Logistics and Crew Availability Constraints. v. 144, n. 7, 2018.

M. POUR, Shahrzad; DRAKE, John H.; BURKE, Edmund K. A choice function hyper-heuristic framework for the allocation of maintenance tasks in Danish railways. **Computers and Operations Research**, v. 93, May, p. 15–26, 2018. ISSN 0305-0548.

M. POUR, Shahrzad et al. A hybrid Constraint Programming/Mixed Integer Programming framework for the preventive signaling maintenance crew scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, Elsevier B.V., v. 269, n. 1, p. 341–352, 2018. ISSN 0377-2217.

MACEDO, Rita et al. Scheduling preventive railway maintenance activities with resource constraints. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, 2017. ISSN 1571-0653.

MANAGEMENT, Traffic; PAPER, Original Scientific. CREW SCHEDULING CONSIDERING BOTH CREW DUTY TIME DIFFERENCE AND COST ON URBAN RAIL SYSTEM. v. 28, n. 5, p. 449–460, 2016.

MIURA, Rei et al. An application of wedelin's method to railway crew scheduling problem. **IEEJ Transactions on Electronics, Information and Systems**, 2009. ISSN 1348-8155.

MORGADO, Ernesto M.; MARTINS, João P. Scheduling and managing crew in the Portuguese railways. **Expert Systems With Applications**, v. 5, n. 3-4, p. 301–321, 1992. ISSN 0957-4174.

MUROI, Yuki. Improvement of Column Generation Method for Railway Crew Scheduling Problems. v. 180, p. 2007, 2007.

NISHI, Tatsushi; MUROI, Yuki; INUIGUCHI, Masahiro. Column generation with dual inequalities for railway crew scheduling problems. **Public Transport**, 2011. ISSN 1866-749X.

PEREIRA, Daniel Filipe; OLIVEIRA, José Fernando; CARRAVILLA, Maria Antónia. Tactical sales and operations planning: A holistic framework and a literature review of decision-making models. **International Journal of Production Economics**, v. 228, p. 107695, 2020. ISSN 0925-5273. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107695>. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527320300852>>.

QUIROGA, Lisandro M; SCHNIEDER, Eckehard. A Simulation Approach to the Optimization of Railway Infrastructure Maintenance Strategies. v. 7, n. 6, p. 545–554, 2011.

SANTOS, Rui; FONSECA TEIXEIRA, Paulo; PAIS ANTUNES, Antonio. Planning and scheduling efficient heavy rail track maintenance through a Decision Rules Model. **Research in Transportation Economics**, 2015. ISSN 0739-8859.

SEPEHRI, M. M.; HAJIFATHALIHA, A.; MEMARIANI, A. Railway crew scheduling with grouping evolutionary algorithm. **Amirkabir (Journal of Science and Technology)**, 2003. ISSN 1015-0951.

SNIJDERS, Hilbert; SALDANHA, Ricardo L. Decision support for scheduling security crews at Netherlands Railways. **Public Transport**, Springer Berlin Heidelberg, v. 9, n. 1, p. 193–215, 2017. ISSN 1613-7159.

SUBRAMANIAN, S.; ANANDHAKUMAR, R.; GANESAN, S. Artificial bee colony based solution technique for generator maintenance scheduling. **Australian Journal of Electrical and Electronics Engineering**, v. 9, n. 2, p. 109–126, 2012. ISSN 1448-837X.

\_\_\_\_\_. Artificial Bee Colony Based Solution Technique for Generator Maintenance Scheduling Artificial bee colony based solution technique for generator maintenance scheduling \*. February, 2017.

VALE, Cecília; RIBEIRO, Isabel M; CALÇADA, Rui. Integer Programming to Optimize Tamping in Railway Tracks as Preventive Maintenance. v. 138, January, p. 123–131, 2012.